

**DYNAMISCHE MASSENERZEUGUNG
FÜR QUARKS UND LEPTONEN**

DIETER LÜST

1985

*Ass
München*



DYNAMISCHE MASSENERZEUGUNG

FÜR QUARKS UND LEPTONEN

Dissertation der Fakultät für Physik
der Ludwig-Maximilians-Universität München

vorgelegt
von Dieter Lüst
aus München

München, den 9. April 1985

1. Gutachter: Professor Dr. H. Fritzsche

2. Gutachter: Professor Dr. H.-P. Dürr

Tag der mündlichen Prüfung: 25. Juli 1985

ZUSAMMENFASSUNG

In der vorliegenden Arbeit werden Aspekte dynamischer Massenerzeugung für Quarks und Leptonen betrachtet.

Zum einen diskutieren wir die Möglichkeit, daß Fermionen in hohen $SU(3)$ -Darstellungen (wie Sextetts, Oktetts) bei sehr hohen Energien um 200 GeV kondensieren können und auf diese Weise sowohl die Eichsymmetrie der schwachen Wechselwirkung dynamisch brechen als auch dynamische Quark- und Leptonmassen erzeugen können. Zur dynamischen Fermionmassenerzeugung ist eine Erweiterung der Eichsymmetrie der starken Wechselwirkung notwendig. Wir betrachten ausführlich Modelle, die auf der starken Eichgruppe $SU(3) \times SU(3)$ bzw. $SU(3) \times SU(3) \times SU(3)$ beruhen, welche ein realistisches Massenspektrum für zwei Familien von Quarks und Leptonen mit Cabibbo-Mischung liefern können.

Zum anderen behandeln wir die dynamische Fermionmassenerzeugung in Modellen, in denen Quarks und Leptonen zusammengesetzte Teilchen sind. Hierbei sollen radiative Effekte wie Farbe und Elektromagnetismus analog der $\pi^+ - \pi^0$ -Massendifferenz in der QCD für die Massen der zusammengesetzten Fermionen verantwortlich sein. Dies diskutieren wir für nicht supersymmetrische sowie für supersymmetrische Preonmodelle, wobei wir in beiden Fällen die Form des zusammengesetzten fermionischen Spektrums bezüglich vorhandener globaler (chiraler) Symmetrien erörtern und auf die Rolle der "Hypercolor"-Instantonen zur Massenerzeugung besonders hinweisen. Im Fall der supersymmetrischen Preonmodelle ist es zusätzlich möglich, die Fermionmassen mittels eines effektiven Lagrangefunktion-Ansatzes explizit zu berechnen.

INHALTSVERZEICHNIS

1	EINLEITUNG	1
2	FERMION-MASSENERZEUGUNG IM STANDARDMODELL $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$	9
2.1	Fermion-Massenerzeugung durch den Higgs-Mechanismus im Glashow-Salam-Weinberg-Modell der elektroschwachen Wechselwirkung	9
2.2	Dynamische Massenerzeugung in der QCD	13
2.2.1	Meson- und Nukleonspektrum in der QCD	13
2.2.1.1	QCD-Lagrangefunktion und chirale Symmetrie	13
2.2.1.2	Spontane Symmetriebrechung der chiralen Symmetrie - Pionen als masselose Goldstonebosonen	17
2.2.1.3	Effektive Lagrangefunktion der starken Wechselwirkung	18
2.2.1.4	Explizite Pion-Massenerzeugung	22
2.2.1.5	$U(1)_A$ -Problem und Masse des η' -Mesons	26
2.2.2	Dynamischer Ursprung des Quark-Antiquark-Kondensats	29
2.2.2.1	Dyson-Schwinger- bzw. Gapgleichung	29
2.2.2.2	Effektiver Potentialformalismus	31
2.2.2.3	Chirale Symmetriebrechung durch Ein-Gluon-Austausch	32
2.2.2.4	Chirale Symmetriebrechung durch Instantonen	33
3	DYNAMISCHE FERMION-MASSENERZEUGUNG IN QCD MIT HOHEN FARBDARSTELLUNGEN	36
3.1	Dynamische Symmetriebrechung im Standardmodell und in Technicolor-Modellen	36
3.1.1	Dynamische Eichsymmetriebrechung im Standardmodell	36
3.1.2	Dynamische Massenerzeugung in Technicolor-Modellen	38
3.2	Dynamische Eichsymmetriebrechung durch hohe Farb- kondensate	40

3.2.1	Casimir-Scaling in QCD mit hohen Farbdarstellungen	40
3.2.2	Abweichung von Casimir-Scaling - Abschirmfaktoren	44
3.2.3	Casimir-Scaling auf dem Gitter	45
3.3	Dynamische Fermionmassenerzeugung und Cabibbomischung durch hohe Farbdarstellungen	47
3.3.1	Residuelle Fermionwechselwirkungen in Subquarkmodellen	48
3.3.2	Vereinigung von Quarks, Leptonen und Echoquarks in eine größere Eichgruppe	50
3.3.2.1	Einfache Gruppen - $SU(4)$	50
3.3.2.2	Halbeinfache Gruppen - $SU(3) \times SU(3)$ bzw. $SU(3) \times SU(3) \times SU(3)$	54
4	DYNAMISCHE FERMIONMASSENERZEUGUNG IN SUBQUARKMODELLEN	63
4.1	Einschränkung an die Hyperchromodynamik	63
4.2	Chirale Symmetrie und Kleinheit von Quark- und Leptonmassen	65
4.2.1	Masseloses Fermionspektrum und t'Hooft-Bedingungen	65
4.2.1.1	Anomalien	65
4.2.1.2	Beispiele für Lösungen der t'Hooft-Bedingung	67
4.2.1.3	Dynamische Realisierung der chiralen Symmetrie	74
4.2.2	Massives fermionisches Spektrum	75
4.2.2.1	Paritätsdubletts	75
4.2.2.2	Fermionmassenerzeugung durch "Hypercolor"-Instantonen	79
4.2.3	Radiative Massenerzeugung für zusammengesetzte Quarks und Leptonen	84
4.2.3.1	Radiative Massenerzeugung durch Elektromagnetismus	87
4.2.3.2	Radiative Massenerzeugung durch Farbkkräfte	89
4.3	Zusammengesetzte Fermionen als supersymmetrische Partner zu Goldstonebosonen	92
4.3.1	Masselose Quasi-Goldstonefermionen	92
4.3.1.1	Supersymmetrisches Goldstonetheorem	92
4.3.1.2	Super-QCD als Beispiel für Quasi-Goldstonefermionmodelle	96

4.3.2	Massives fermionisches Spektrum - Massenerzeugung durch "Hypercolor"-Instantonen	101
4.3.3	Radiative Massenerzeugung und Supersymmetriebrechung	104
4.3.3.1	Supersymmetriebrechung	104
4.3.3.2	Explizite Berechnung der Quasi-Goldstonefermionmassen mittels effektiver Lagrangefunktion	107
4.3.3.3	Radiative Massenerzeugung in einem semirealistischen Preonmodell für eine Quark-Lepton-Familie	113
5	SCHLUSSBETRACHTUNG	118
Anhang A	HERLEITUNG DER EFFEKTIVEN INSTANTON-WECHSELWIRKUNG	122
Anhang B	KONDENSATIONSSKALEN UND ABSCHIRMFAKTOREN VON VERSCHIEDENEN ECHOQUARKDARSTELLUNGEN	126
Referenzen		127

1 EINLEITUNG

Die Entwicklung der Physik kann als eine fortschreitende Reduktion von verschiedenen Begriffen wie z.B. Masse, Raum, Zeit und Temperatur angesehen werden. In der statistischen Mechanik wurde der Zusammenhang zwischen Temperatur und Energie gezeigt; die Boltzmann-Konstante k_B ist der Umwandlungsfaktor zwischen zwei identischen, aber ursprünglich verschiedenen Konzepten, nämlich Energie und Temperatur. Als nächstes wurde in der speziellen Relativitätstheorie die Äquivalenz zwischen Raum und Zeit offengelegt. Raum und Zeit können mittels Lorentztransformationen ineinander überführt werden, der Umwandlungsfaktor ist hier die Lichtgeschwindigkeit c . Schließlich lehrte die Quantenmechanik, wie Energie und Zeit miteinander verknüpft sind: ein Energie-Eigenzustand besitzt die vollkommen bestimmte Zeitentwicklung $\psi_E(t) = e^{-i/\hbar Et} \psi_E(0)$. Die Plancksche Konstante $\hbar$ ist hier der Umwandlungsfaktor. So ist man an einem Punkt angelangt, an dem nur noch ein Konzept übrig geblieben ist. Man kann es Masse, Energie, (Zeit)⁻¹ oder Temperatur nennen. Der letzte und vielleicht schwerste Schritt ist nun, auch dieses Konzept zu eliminieren. Gelingt das, dann kann die gesamte Physik in dimensionslosen Parametern wie Kopplungskonstanten ausgedrückt werden. Von diesem Ziel ist man heute noch sehr weit entfernt; das Jahrzehnte alte Problem, das Elektron-Müon-Massenverhältnis zu berechnen, ist noch nicht gelöst worden. Im Gegenteil, die Aufgabe ist komplexer geworden und ein weites Spektrum beobachteter Elementarteilchen muß erklärt werden. Heute wissen wir von der Existenz von mindestens drei Quark- und Leptonfamilien mit einem Spektrum, dessen Gestalt wie folgt ist [1]*:

Leptonen	Quarks	$m_{\text{lept.}} \text{ (MeV)}$	$m_{\text{quark}} \text{ (MeV)}$
$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} u_{2/3} \\ d_{-1/3} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \leq 0.000046 \\ 0.511 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 \\ 7.5 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \leq 0.50 \\ 105.66 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1400 \\ 170 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \leq 164 \\ 1784.2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 30000 - 50000 \\ 5000 \end{pmatrix}$

* Kürzliche Experimente gaben Hinweis darauf, daß die Masse des t-Quarks ungefähr zwischen 30 und 50 GeV liegt [2].

Wir wollen nun in der vorliegenden Arbeit der Frage nachgehen, inwieweit man Quark- und Leptonmassen einem dynamischen Prinzip zufolge berechnen kann. Insbesondere wollen wir dies im Hinblick darauf diskutieren, ob die bekannten Wechselwirkungen wie starke und elektromagnetische Kräfte die Massen dieser Elementarteilchen erzeugen können. Dieser Aspekt erscheint uns deswegen als sehr wichtig, da Quarks, die der starken Wechselwirkung unterliegen, generell schwerer sind als Leptonen, die nicht der starken Wechselwirkung unterworfen sind. Ebenso ist auffällig, daß die geladenen Quarks und Leptonen, abgesehen vom u-d-Quark-System, massiver sind als die ungeladenen, bzw. als die mit geringerer Ladung.

Im Standardmodell der elektroschwachen Wechselwirkung [3], das durch die Eichgruppe $SU(2)_L \times U(1)_Y$ beschrieben wird, sind Quark- und Leptonmassen nur freie Parameter, die nicht erklärt und berechnet werden können. Quantenchromodynamik (QCD) [4] als $SU(3)$ Eichtheorie der starken Wechselwirkung ist andererseits ein ausgezeichnetes Beispiel für eine Theorie mit dynamischer Massenerzeugung [5], d.h. Teilchen werden massiv aufgrund der Wechselwirkung und nicht wegen eines beliebigen Massenparameters in der Lagrangefunktion. Setzt man die sogen. "Stromalgebra"-Quarkmassen der QCD-Lagrangefunktion gleich Null, so hat die starke Wechselwirkung auf klassischer Ebene keine Skala. Dennoch erhält sie durch Quanteneffekte eine: man wählt dabei die Energieskala Λ_{QCD} , bei der die Kopplungskonstante der starken Wechselwirkung groß wird ($\Lambda_{QCD} \approx 100 - 200 \text{ MeV}$). Λ_{QCD} ist der Ausdruck der durch Quanteneffekte gebrochenen Skaleninvarianz und kann mit Hilfe der Renormierungsgruppe aus den Abweichungen vom Partonmodell in der tief inelastischen Leptonstreuung gewonnen werden.

Die Massen der Hadronen lassen sich nun durch Λ_{QCD} ausdrücken:

$m_{\text{Hadron}} = C \cdot \Lambda_{QCD}$ ($C = 2 \dots 10$); nur die Pionmassen sind bei verschwindenden Quarkmassen gleich Null. Dies wird verständlich, wenn man den Mechanismus der dynamischen Massenerzeugung in der QCD noch etwas genauer betrachtet. Für masselose u- und d-Quarks besitzt die Lagrangefunktion der QCD eine chirale $SU(2)_L \times SU(2)_R$ -Symmetrie. Man nimmt an, daß sich wegen der starken Anziehung zwischen den Quarks ein sogen. Quark-Antiquark-Kondensat bildet,

$$\langle \bar{u}u \rangle = \langle \bar{d}d \rangle = C' \Lambda_{QCD}^3, \quad C' \approx 1$$

wodurch die chirale Symmetrie spontan auf die diagonale Untergruppe $SU(2)_{L+R}$ gebrochen wird. Die Pionen können als masselose Goldstonebosonen

dieser Symmetriebrechung identifiziert werden. Die Baryonen hingegen, wie Proton und Neutron, werden durch die spontane Symmetriebrechung massiv, wodurch u- und d-Quarks eine dynamische Masse, die sogen. Konstituentenmasse, von ungefähr 300 MeV (nicht zu verwechseln mit der vergleichbar kleinen Stromalgebraumasse in der QCD-Lagrangefunktion) erhalten. Diese dynamische Quarkmasse kann man als Wechselwirkung der Quarks mit dem physikalischen Vakuum verstehen - durch das symmetriebrechende Kondensat werden u- und d-Quarks dauernd vom Vakuum absorbiert und emittiert. Diese Wechselwirkung hat die Form eines Massenterms, d.h. die Quarks sind massiv geworden. Zusätzlich gibt es in der QCD Operatoren [6], die gewöhnlich aus mehreren Quarkfeldern bestehen und deren Vakuumerwartungswerte die chirale Symmetrie teilweise brechen können. Diese Operatoren werden von topologisch stabilen, nichttrivialen Eichfeldkonfigurationen, den sogen. Instantonen [7], erzeugt und sind für die Masse des η' -Mesons verantwortlich.

Zu dieser eben beschriebenen dynamischen Massenerzeugung der Hadronen liefern die expliziten Stromalgebra-Quarkmassen nur einen kleinen Beitrag, der sich in der expliziten Pionmasse und in der Proton-Neutron Massendifferenz niederschlägt.

Schließlich tragen noch die elektromagnetischen Wechselwirkungen in geringem Maße zur Hadronmasse bei. Die Massendifferenz zwischen geladenem Pion $\pi^{\pm}$ und ungeladenem Pion π^0 kann man als elektromagnetische Selbstenergie der geladenen Pionen verstehen. Durch Abstrahlung eines Photons wandelt sich das geladene Pion in ein schweres Vektormeson um und erhält so einen endlichen Massenbetrag, der von der Ordnung $\sqrt{\alpha}\Lambda_{\text{QCD}}$ ist.

Auf welche Weise kann man nun das Standardmodell der starken und elektroschwachen Wechselwirkung so erweitern, daß Quark- und Leptonmassen dynamischen Ursprungs sind und zu berechenbaren Größen der Theorie werden?

Der erste Ansatz waren die sogen. "Technicolor"-Theorien [8]. Hierbei werden die bekannten Wechselwirkungen noch durch eine neue, extrem starke Wechselwirkung erweitert, nämlich um die sogen. Technicolorkraft, die durch eine Eichgruppe $SU(n)_{\text{TC}}$ beschrieben werden kann. Der Λ_{TC} -Parameter soll von der Größenordnung 1 TeV sein. Neben normalen Quarks und Leptonen, die unter der Technicolorkraft neutral sind, gibt es noch die sogen. Techniquarks, die der Technicolorwechselwirkung unterliegen. In Analogie zur QCD kann

sich nun ein Techniquarkkondensat $\langle \bar{T}T \rangle = C' \Lambda_{TC}^3$ ($C' \approx 1$) bilden. Dieses Techniquarkkondensat kann zwei verschiedene Aufgaben erfüllen. Einerseits* bricht das Techniquarkkondensat die lokale $SU(2)_L \times U(1)_Y$ -Eichsymmetrie der elektroschwachen Wechselwirkung spontan, so daß W- und Z-Bosonen massiv werden. Um die Massen dieser Vektorbosonen reproduzieren zu können, muß die Technipion-Zerfallskonstante ungefähr 250 GeV betragen, weswegen man Λ_{TC} ungefähr 1 TeV gewählt hat. Andererseits kann das Techniquarkkondensat auch die Massen der Quarks und Leptonen erzeugen. Dies geschieht dadurch, daß man Quarks bzw. Leptonen durch schwere Eichbosonen - die sogen. "Extended" Technicolor-Eichbosonen $[10]$ ($m_{ETC} = 1 - 100$ TeV) an die Techniquarks koppelt und sie so radiativ an der dynamischen Masse der Techniquarks teilhaben läßt. Bei niedrigen Energien ($E \ll 1$ TeV) verhält sich diese dynamisch erzeugte Quark- und Leptonmasse genau wie die Stromalgebra-masse des Standardmodells.

Ganz abgesehen davon, daß die Einführung einer neuen Kraft unökonomisch erscheint, sind die Technicolortheorien in ernste Schwierigkeiten gekommen [11]. Die eben erwähnten neuen Eichbosonen führen nämlich zu seltenen Prozessen, die weder beobachtet noch im Standardmodell erlaubt sind.

Im zweiten Abschnitt unserer Arbeit wollen wir eine neuartige Möglichkeit der dynamischen Massenerzeugung für Quarks und Leptonen diskutieren, die nur die Wechselwirkung des Standardmodells, insbesondere die starke Farbwechselwirkung benötigt. Die Erweiterung des Standardmodells besteht in diesem neuen Ansatz zunächst darin, Fermionen Q, wir wollen sie Echoquarks nennen, einzuführen, die sich nicht wie normale Quarks q nach der fundamentalen Triplettdarstellung der $SU(3)$ transformieren, sondern nach einer höheren Darstellung wie z.B. Sextett- oder Oktettdarstellung. Unter bestimmten dynamischen Voraussetzungen, die wir diskutieren werden, ist es plausibel anzunehmen, daß Echoquarks Q bei sehr viel höheren Energien kondensieren als gewöhnliche Quarks q [12]:

$$\langle \bar{Q}Q \rangle = C'' \Lambda_{QCD}^3, \quad (C'')^{1/3} = 10^3 - 10^4$$

Dieses Resultat fand kürzlich Bestätigung durch QCD Gitterrechnungen mit Fermionen in höheren $SU(3)$ -Darstellungen [13]. Analog zu Technicolor kann das Echoquarkkondensat einerseits die Eichsymmetrie der elektroschwachen Wechselwirkung $SU(2)_L \times U(1)_Y$ spontan brechen und so den W- und Z-Bosonen

* Dies war die ursprüngliche Technicoloridee [9].

Masse geben. Andererseits kann es auch die Ursache der Quark- und Leptonmasse sein, indem man Echoquarks und normale Quarks mit schweren Eichbosonen verbindet. Dies setzt die Einbettung von SU(3) in eine größere Eichgruppe voraus. In unserer Arbeit diskutieren wir verschiedene Aspekte der zugrunde liegenden Dynamik und präsentieren Modelle für zwei Familien von Quarks und Leptonen mit realistischem Massenspektrum und Cabibbomischung.

Eine vollkommen andere, vielleicht aber logisch noch konsequentere Möglichkeit, Quark- und Leptonmassen zu berechnen, liegt darin, die beobachteten Fermionen aus Subkonstituenten, sogen. Preonen, aufzubauen [14]. Als Kandidat der Dynamik der Konstituenten kommt dabei wieder eine nichtabelsche Eichtheorie mit einer neuen Eichgruppe, die wir als "Hypercolor" bezeichnen werden, mit Confinementskala Λ_{HC} in Frage. Quark- und Leptonmassen sind dann analog der Hadronmassen in QCD prinzipiell berechenbare Größen.

Man muß sich aber im klaren sein, daß es bis heute keinerlei experimentelle Evidenz für eine innere Struktur der Quarks und Leptonen gibt.* Aus Experimenten weiß man, daß die Radien von Muon und Elektron sehr klein sein müssen. Mißt man etwa das anomale magnetische Moment des Muons, so findet man ($\Lambda_{HC} \approx \langle r \rangle^{-1}$)

$$\Lambda_{HC} \geq 500 \text{ GeV}$$

Die Größe dieser Skala wirft aber sogleich ein schwerwiegendes dynamisches Problem auf, denn Quarks und Leptonen als "Hypercolor" Bindungszustände müssen sehr viel leichter als diese Skala sein:

$$m_{q,l} \ll \Lambda_{HC}$$

Wir wissen jedoch aus unserer kurzen Diskussion der QCD, daß nichtabelsche Eichtheorien mit masselosen Konstituenten nur eine Energieskala besitzen, weswegen die Massen der Bindungszustände von der Ordnung dieser Skala sein müßten. Die einzige Ausnahme sind Zustände, deren Masse aufgrund einer Symmetrie verschwindet. Wir wollen also fordern, daß Quarks und Leptonen zunächst masselos sind; ihre im Vergleich zu Λ_{HC} kleine Masse kann dann durch Wechselwirkungen, die die masseverhindernde Symmetrie schwach brechen, erzeugt werden. Welche Symmetrien ermöglichen $m_{q,l} = 0$? Es gibt momentan drei Möglichkeiten:

* Eine einzige Ausnahme könnten einige unerwartete Ereignisse am CERN pp-Collider [15] sein, die möglicherweise erste Anzeichen einer Substruktur von Quarks und Leptonen sind [16].



- a) Die Preontheorie hat eine chirale Symmetrie, die nicht wie in der QCD spontan gebrochen wird. Diese chirale Symmetrie kann durch masselose Fermionen erreicht werden. In diesem Zusammenhang gab t'Hooft [17] notwendige Bedingungen dafür an, daß die chirale Symmetrie nicht spontan gebrochen wird: die Anomalien der Preonen müssen von den Bindungszuständen reproduziert werden.
- b) Die Preontheorie ist eine supersymmetrische Theorie mit einer spontan gebrochenen globalen Symmetrie G . Die dabei auftretenden masselosen Goldstonebosonen werden wegen der ungebrochenen Supersymmetrie von masselosen Fermionen begleitet, die man als Quarks und Leptonen interpretieren kann [18].
- c) Quarks und Leptonen werden als sogen. Goldstinos einer spontan gebrochenen globalen Supersymmetrie identifiziert [19]. Die Schwierigkeit dieses Szenarios besteht darin, daß wegen der eingeschränkten Zahl von möglichen Supersymmetriegeneratoren nicht das gesamte Quark- und Leptonenspektrum so erklärt werden kann.

In unserer Arbeit wollen wir uns nur mit den beiden ersten Möglichkeiten auseinandersetzen. Wir werden die typischen Symmetrieeigenschaften des masselosen und massiven ($m \approx \Lambda_{\text{HC}}$) fermionischen Spektrums bezüglich der globalen Symmetrie in beiden Fällen ausführlich diskutieren. Insbesondere gilt unser Interesse der Frage, welche Beiträge zu den massiven Zuständen die schon erwähnten Instantonen (analog zur Massenerzeugung des η' -Mesons in der QCD) liefern können.

Diese Eigenschaft des fermionischen Spektrums ausnützend können wir anschließend die Frage behandeln, auf welche Weise eine kleine Masse für die zusammengesetzten Fermionen erzeugt werden kann. Insbesondere wollen wir dabei untersuchen, ob die bekannten Wechselwirkungen, nämlich elektromagnetische und starke Kraft, die Erzeugung von Quark- und Leptonmassen induzieren können. In bestimmten Fällen können nämlich starke und elektromagnetische Wechselwirkung im Zusammenspiel mit den durch Instantonen erzeugten Massentermen die globale chirale Symmetrie explizit brechen und so radiativ die beobachteten Quark- und Leptonmassen verursachen. Man kann diese Masse als endliche Selbstenergie der Fermionen aufgrund von Emission und Reabsorption von masselosen Photonen oder Gluonen verstehen. Dies steht in Analogie zur schon erwähnten Entstehung der $\pi^{\pm}-\pi^0$ -Massendifferenz durch elektromagnetische Wechselwirkung in der QCD. In diesem Zusammenhang

könnte man verstehen, daß Quarks schwerer als Leptonen sind, da nur sie an der starken Wechselwirkung teilhaben. Jedoch diskutieren wir im Rahmen dieser Arbeit hauptsächlich nur theoretische Prinzipien und Mechanismen zur Fermionmassenerzeugung; ein realistisches Modell für drei Familien von zusammengesetzten Quarks und Leptonen ist noch fern jeder Verwirklichung.

Die vorliegende Arbeit ist folgendermaßen aufgebaut: Im ersten Kapitel geben wir einen Überblick über die Fermionmassenerzeugung im Standardmodell der bekannten Wechselwirkungen. Wir diskutieren die Erzeugung der Quark- und Leptonmassen in der Glashow-Salam-Weinberg-Theorie der elektroschwachen Wechselwirkung mittels spontaner Symmetriebrechung durch ein elementares Higgsfeld. Anschließend betrachten wir die dynamische Massenerzeugung der Hadronen in der QCD. In diesem Zusammenhang erörtern wir die spontane Symmetriebrechung der globalen Flavorsymmetrie durch Quark-Antiquark-Kondensate und die dabei auftretenden masselosen Goldstonebosonen, einen effektiven Lagrange-funktion-Ansatz für die starke Wechselwirkung, der die zusammengesetzten hadronischen Felder wie Pionen, Vektormesonen und Nukleonen enthält, dann den Einfluß der topologisch stabilen Eichfeldkonfigurationen, nämlich der Instantonen, auf die Massenerzeugung des η' -Mesons und schließlich den dynamischen Ursprung des Quark-Antiquark-Kondensats.

Nach einem kurzen Überblick über die "technicolor"-Theorie kommen wir im zweiten Kapitel zu der Möglichkeit, daß Quarks in höheren Darstellungen der $SU(3)$ bei Energien um 500 GeV kondensieren können und sowohl die schwache Wechselwirkung spontan brechen als auch die beobachteten Quark- und Leptonmassen dynamisch erzeugen können. Wir diskutieren neuartige Aspekte dieses Mechanismus und stellen ein Modell für zwei Familien von Quarks und Leptonen mit realistischem Massenspektrum und Cabibbomischung vor.

Im dritten Kapitel betrachten wir Quarks und Leptonen als aus Subkonstituenten zusammengesetzte Objekte. Zuerst behandeln wir die Frage, welche Gestalt das mit den globalen Symmetrien der Preontheorie verträgliche Fermionspektrum haben kann. Insbesondere betrachten wir die nichtperturbativen Beiträge der Hypercolorinstantonen zu den Massen der angeregten Fermionen. Danach diskutieren wir, wie die bekannten Wechselwirkungen wie Elektromagnetismus und Farbe im Zusammenspiel mit Hypercolorinstantonen kleine Massen für zusammengesetzte Quarks und Leptonen erzeugen können. Wir untersuchen dies in nicht-supersymmetrischen und auch in supersymmetrischen Subquarkmodellen, wobei wir im Fall der Supersymmetrie die Fermionen-

massen mit Hilfe eines effektiven Lagrange-funktion-Ansatzes analog zur Pionmassenerzeugung in der QCD genau berechnen können. Um nicht verschwindende Beiträge zu den Fermionmassen zu erhalten, muß Supersymmetrie gebrochen werden. Wir beschränken uns in unserer Arbeit darauf, Supersymmetriebrechung durch Massenterme der Photinos oder Gluinos (fermionische Partner des Photons bzw. Gluons) zu betrachten. Als explizites Beispiel stellen wir ein supersymmetrisches Preonmodell für eine Familie von Quarks und Leptonen vor.

Ein Überblick und eine Diskussion der gewonnenen Ergebnisse schließt diese Arbeit ab.

2. FERMIONMASSENERZEUGUNG IM STANDARDMODELL $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$

2.1 Fermionmassenerzeugung durch den Higgsmechanismus im Glashow-Salam-Weinberg-Modell der elektroschwachen Wechselwirkung

Im Standardmodell der elektroschwachen Wechselwirkung [3] werden Quarks und Leptonen als elementare Konstituenten der Materie betrachtet. Die Dynamik der elektromagnetischen und schwachen Wechselwirkung wird durch eine renormierbare Eichtheorie basierend auf der spontan gebrochenen, nichtabelschen Eichgruppe $SU(2)_L \times U(1)_Y$ beschrieben. Aufgrund der gewählten Eichgruppe gibt es zwei Arten von Eichteilchen, nämlich W_μ^a , $a = 1 \dots 3$, die Eichfelder der $SU(2)_L$, und B_μ , das Eichfeld der $U(1)_Y$. Die Lagrangefunktion der Eichbosonen lautet damit:

$$\mathcal{L}_E = -\frac{1}{4} W_{\mu\nu}^a W^{a\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \quad (2.1)$$

wobei

$$\begin{aligned} W_{\mu\nu}^a &= \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + g_2 \epsilon^{abc} W_\mu^b W_\nu^c, \\ B_{\mu\nu} &= \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \end{aligned} \quad (2.2)$$

die Feldstärketensoren, ϵ^{abc} und g_2 die Strukturkonstanten bzw. Kopplungskonstante der Gruppe $SU(2)_L$ sind.

Die fundamentalen Fermionfelder, die Quarks und Leptonen, ordnen wir in Teilchenpaare $\{q^i\}$, $\{l^i\}$ ($i = 1, 2, 3$):

$$\begin{aligned} \{q^i\} &= \left\{ \begin{pmatrix} u_L^i \\ d_L^i \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c_L \\ s_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} t_L \\ b_L \end{pmatrix} \right\} \\ \{l^i\} &= \left\{ \begin{pmatrix} \nu_L^i \\ e_L^i \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix} \right\} \end{aligned} \quad (2.3)$$

wobei der Farbfreiheitsgrad unterdrückt ist und (o) die Eigenzustände der schwachen Wechselwirkung bezeichnet, welche nicht mit den Masseneigenzuständen identisch sein müssen. Die linkshändigen Felder $\psi_L^i = (1-\gamma_5)/2 \psi^i$ bilden nun ein Dublett unter $SU(2)_L$, die rechtshändigen $\psi_R^i = (1+\gamma_5)/2 \psi^i$ ein Singulett. Rechtshändige Neutrinos sind in dem Modell nicht vorhanden. Damit hat die Lagrangefunktion der Fermionen folgende Form:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_F = & \sum_{i,j} \left\{ \bar{q}_{iL} \gamma^\mu \left(i \partial_\mu + g_1 \frac{\tau^\mu}{2} W_\mu + g_2 \frac{Y_i}{2} B_\mu \right) q_{iL} + \right. \\
 & + \bar{\ell}_{iL} \gamma^\mu \left(i \partial_\mu + g_1 \frac{\tau^\mu}{2} W_\mu + g_2 \frac{Y_i}{2} B_\mu \right) \ell_{iL} + \bar{q}_{iL} \gamma^\mu \left(i \partial_\mu + g_1 \frac{\tau^\mu}{2} W_\mu + g_2 \frac{Y_i}{2} B_\mu \right) q_{iR} \\
 & \left. + \bar{q}_{iR} \gamma^\mu \left(i \partial_\mu + g_1 \frac{\tau^\mu}{2} W_\mu + g_2 \frac{Y_i}{2} B_\mu \right) q_{iL} + \bar{\ell}_{iL} \gamma^\mu \left(i \partial_\mu + g_1 \frac{\tau^\mu}{2} W_\mu + g_2 \frac{Y_i}{2} B_\mu \right) \ell_{iL} \right\} \quad (2.4)
 \end{aligned}$$

τ^a sind die Paulimatrizen, g_1 die $U(1)_Y$ -Kopplungskonstante und $Y_1, Z_1, \alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ die schwachen Hyperladungen der Fermionen.

Wegen der lokalen $SU(2)_L$ -Invarianz ist kein Fermionmassenterm wie $\bar{\psi}_L \psi_R + \bar{\psi}_R \psi_L$ erlaubt. Ebenso erfordert Renormierbarkeit, daß die Eichbosonen masselos sind. Das Problem besteht also darin, den Eichbosonen Masse zu geben ohne die Renormierbarkeit zu zerstören. Die einzig bekannte Möglichkeit ist die spontane Brechung der Eichsymmetrie durch den Higgsmechanismus [20]. Dazu führt man ein komplexes skalares Dublett $\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$ mit eichinvarianter Kopplung zu Vektorbosonen und Fermionen und mit einem skalaren Potential $V(\phi)$ ein:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{H,Y,F} = & \left| \left(\partial_\mu - i g_2 \frac{\tau^\mu}{2} W_\mu + i g_1 \frac{Y_\phi}{2} B_\mu \right) \phi \right|^2 - V(\phi) + \\
 & + \sum_{i,j} \left(h_{ij} \bar{q}_{iL} \tilde{\phi}^+ q_{jL} + \tilde{h}_{ij} q_{iR} \phi^+ q_{jL} + h.c. \right. \\
 & \left. + k_{ij} \bar{\ell}_{iL} \phi^+ \ell_{jL} + h.c. \right) \quad ; \quad (2.5)
 \end{aligned}$$

$$V(\phi) = \mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2 \quad ; \quad \tilde{\phi} = \begin{pmatrix} -\phi^{0+} \\ \phi^- \end{pmatrix}$$

Die beliebigen Parameter $h_{ij}, \tilde{h}_{ij}$ und k_{ij} sind die sogen. Yukawa-Kopplungen. Für $\mu^2 < 0$ hat V ein Minimum mit nicht verschwindendem Vakuumenergiewert von ϕ :

$$\langle 0 | \phi | 0 \rangle \equiv \langle \phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

Auf diese Weise wird $SU(2)_L \times U(1)_Y$ spontan auf $U(1)_Q$ ($Q = T^3 + Y/2$), die Eichsymmetrie des Elektromagnetismus, gebrochen. Als Konsequenz werden drei der vier Eichfelder, nämlich $W_\mu^\pm = 1/\sqrt{2}(W_\mu^1 \pm W_\mu^2)$ und $W_\mu^3 = \cos \theta_W W_\mu^3 + \sin \theta_W B_\mu$ durch ihre Kopplung an das skalare Feld ϕ massiv, das Photon

$A_\mu = -\sin \theta_W W_\mu^3 + \cos \theta_W B_\mu$ bleibt masselos. Dabei sind drei reelle Feldkomponenten von ϕ , nämlich die Goldstonemoden, von den W - und Z -Teilchen verschluckt worden; sie manifestieren sich im longitudinalen Freiheitsgrad dieser Bosonen. Als einziges physikalisches skalares Teilchen bleibt das sogen. Higgsboson η übrig.

Explizit ergeben sich folgende Voraussagen für die Massen:

$$v = \sqrt{\frac{2}{\lambda G_F}} \approx 243 \text{ GeV} \quad (2.7 \text{ a})$$

$$m_{W^\pm} = \sqrt{\frac{\pi \alpha}{2 G_F \sin^2 \theta_W}} \approx 80 \text{ GeV} \quad (2.7 \text{ b})$$

$$m_Z = \frac{m_W}{\cos \theta_W} \approx 90 \text{ GeV} \quad (2.7 \text{ c})$$

α ist dabei die Feinstrukturkonstante ($\alpha = 1/137$), G_F die Fermi-Kopplungskonstante ($G_F \approx 1.17 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$) und θ_W der sogenannte Weinbergwinkel ($\sin^2 \theta_W = 0.217 \pm 0.014$).

Die Voraussagen (2.7 b,c) sind in ausgezeichneter Übereinstimmung mit der kürzlichen Entdeckung [21] der W- und Z-Bosonen am CERN $\bar{p}p$ -Kollider.

Die spontane Symmetriebrechung erzeugt nicht nur die Eichbosonenmassen, sondern auch die Massen der Quarks und Leptonen. Ersetzt man das skalare Feld ϕ^+ bzw. $\tilde{\phi}^+$ innerhalb des Yukawa-Kopplungsterms von Gl.(2.5) durch seinen Vakuumerwartungswert, so erhält man folgende Massenterme für Quarks und Leptonen:

$$L_M = \frac{v}{\sqrt{2}} \sum_{i,j=1,2,3} \left\{ \bar{u}_{\alpha i}^i h_{ij} u_{\beta j}^i + \bar{d}_{\alpha i}^i \tilde{h}_{ij} d_{\beta j}^i + \bar{e}_{\alpha i}^i \kappa_{ij} e_{\beta j}^i + \text{h.c.} \right\} \quad (2.8)$$

Um diese Gleichung in eine Form zu überführen, in der nur noch physikalische Felder auftreten, müssen die Fermionmassenmatrizen diagonalisiert werden. Wir beschränken uns zunächst auf den Quarksektor, die Verallgemeinerung auf den leptonenischen Sektor ist analog und wird später kurz erwähnt werden.

Jede 3×3 -Matrix mit komplexen Elementen kann durch Multiplikation von links und rechts mit unitären Matrizen auf eine diagonale Matrix mit reellen, nicht negativen Elementen gebracht werden:

$$U_u^{-1} M_u V_u = \begin{pmatrix} m_u & & \\ & m_c & \\ & & m_t \end{pmatrix} \quad (2.9 \text{ a})$$

$$U_d^{-1} M_d V_d = \begin{pmatrix} m_d & & \\ & m_s & \\ & & m_b \end{pmatrix} \quad (2.9 \text{ b})$$

Somit transformieren die Matrizen U und V die Eigenzustände der schwachen Wechselwirkung q_0 auf die Masseneigenzustände q :

$$\begin{pmatrix} u_0 \\ c_0 \\ b_0 \end{pmatrix}_L = V_u \begin{pmatrix} u \\ c \\ b \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} d_0 \\ s_0 \\ b_0 \end{pmatrix}_L = V_d \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L, \quad (2.10 \text{ a})$$

$$\begin{pmatrix} u_0 \\ c_0 \\ b_0 \end{pmatrix}_R = U_u \begin{pmatrix} u \\ c \\ b \end{pmatrix}_R, \quad \begin{pmatrix} d_0 \\ s_0 \\ b_0 \end{pmatrix}_R = U_d \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_R. \quad (2.10 \text{ b})$$

Die Massenparameter m_i sind die sogen. Stromalgebramassen. Sie können als die Massen aufgefaßt werden, welche die Quarkoperatoren bei Abständen klein gegenüber der Confinementlänge beschreiben (s. nächstes Kapitel). Sie hängen in der QCD vom Renormierungspunkt μ ab. Mit Hilfe der Stromalgebra lassen sich die leichten Quarkmassen bestimmen [22], wobei μ von der Ordnung 1 GeV gewählt wird:

$$m_U = 5.1 \pm 1.5 \text{ MeV}, \quad m_d = 8.9 \pm 2.6 \text{ MeV} \\ m_S = 175 \pm 55 \text{ MeV} \quad (2.11)$$

Die schweren Quarkmassen erhält man z.B. aus den QCD-Summenregeln:

$$m_C = 1.35 \pm 0.05 \text{ GeV}, \quad m_b = 5.6 \pm 0.1 \text{ GeV} \quad (2.12) \\ (\mu^2 = m_q^2)$$

Für das t -Quark, dessen Existenz aus verschiedenen theoretischen Gründen notwendig ist, gibt es einen kürzlichen experimentellen Hinweis [2] am CERN $\bar{p}p$ -Collider: $m_t = 30 - 50 \text{ GeV}$.

Schließlich können wir noch die schwache Eichwechselwirkung durch die Eigenzustände der Massenmatrix ausdrücken. Die neutralen Ströme sind "flavor" erhaltend - es gibt keine Strangeness oder Charm ändernde neutralen Ströme. Dies liegt an der Unitarität der Matrizen U und V . So entstehen "flavor" ändernde schwache Zerfälle durch die Wechselwirkung des geladenen Stroms, nämlich durch den Austausch von einem $W^\pm$ -Boson. Die geladenen Ströme ergeben sich zu:

$$J_-^\mu = (u, c, b)_L V \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L; \quad J_+^\mu = (J_-^\mu)^\dagger \quad (2.13)$$

$V = V_U^\dagger V_D$ ist die sogen. Kobayashi-Maskawa-Matrix [23]. Gegenwärtig geben verschiedene Zerfalls- und Streuprozesse folgende Einschränkungen an die

Matrizelemente von V:

$$\begin{aligned} |V_{ud}| &= 0.97 & |V_{us}| &= 0.231 \pm 0.003 \\ |V_{cd}| &= 0.24 \pm 0.03 & |V_{cs}| &> 0.77 \\ |V_{cb}| &= 0.04 - 0.07 & |V_{ub}| &< 0.15 |V_{cb}| \end{aligned} \quad (2.14)$$

Die restlichen Matrizelemente ergeben sich aus der Unitarität der KM-Matrix. Erwähnenswert ist noch, daß diese Matrix eine komplexe Phase beinhalten kann, mittels derer u.a. die beobachtete CP-Verletzung im Kaonsystem erklärt werden kann [24].

An dieser Stelle möchte ich noch einmal betonen, daß Quarkmassen und Mischungswinkel bzw. Yukawa-Kopplungskonstanten Parameter der Theorie sind, welche weder berechnet noch vorhergesagt werden können.

Im Leptonensektor erwartet man das Auftreten einer ähnlichen Matrix. Da jedoch die Neutrinomassen im Standardmodell gleich Null sind, läßt sich durch Redefinition der Neutrinofelder die gesamte Matrix auf die Einheitsmatrix reduzieren; die individuelle Leptonzahl bleibt erhalten. Die Masseneigenwerte der geladenen Leptonen haben folgende Werte:

$$m_e = 511 \text{ KeV}, m_\mu = 105.66 \text{ MeV}, m_\tau = 1.78 \text{ GeV} \quad (2.15)$$

2.2 Dynamische Massenerzeugung in der QCD

2.2.1 Meson- und Nukleonspektrum in der QCD

2.2.1.1 QCD-Lagrangefunktion und chirale Symmetrie

Die QCD [4] ist die Eichtheorie der starken Wechselwirkung basierend auf der Gruppe $SU(3)_C$. Jedes Quark q_α^f ($f = u, d, s, c, b, t$; allgem. $f = 1 \dots m$) existiert in drei Farben ($\alpha = 1 \dots 3$) und bildet so eine fundamentale Darstellung der Eichgruppe $SU(3)_C$. Die Leptonen sind farbneutral. $SU(3)$ hat acht Generatoren, zu denen ein $SU(3)$ -Oktett von Eichbosonen, die sogenannten Gluonen G_μ^a ($a = 1 \dots 8$), korrespondieren. Im Gegensatz zur schwachen Wechselwirkung ist die $SU(3)_C$ -Symmetrie nicht spontan gebrochen, so daß die Gluonen masselos sind. Demnach hat die QCD-Lagrangefunktion folgende Gestalt:

$$\mathcal{L}_{QCD} = -\frac{1}{4} \bar{F}_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a} + \sum_f \bar{q}_f^i \left[i \gamma_\mu D_\mu^i - m_f \right] q_f^i \quad (2.16)$$

$D_{\alpha\beta}^{\mu}$ ist die SU(3)-kovariante Ableitung

$$D_{\alpha\beta}^{\mu} = \partial^{\mu} \delta_{\alpha\beta} + i g_3 \frac{\lambda_{\alpha\beta}^a}{2} G^{\mu a} \quad (2.17)$$

und $F_{\mu\nu}^a$ der Feldstärketensor

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_{\mu} G_{\nu}^a - \partial_{\nu} G_{\mu}^a - g_3 f^{abc} G_{\mu}^b G_{\nu}^c \quad (2.18)$$

wobei f^{abc} die Strukturkonstanten der SU(3), $\lambda_{\alpha\beta}^a$ die SU(3) erzeugenden Matrizen und g_3 die Kopplungskonstante der starken Wechselwirkung sind. Die Parameter m_f sind die Stromalgebra-Quarkmassen, die durch spontane Symmetriebrechung im schwachen Sektor erzeugt werden und die numerischen Werte von Gl.(2.11) und (2.12) haben.

Die SU(3)_c-Feinstrukturkonstante $\alpha_s = g_3^2/4\pi$ bestimmt die Stärke der Wechselwirkung zwischen Quarks und Gluonen. Aber α_s ist nicht eine Konstante, sondern eine Funktion von $Q^2 = -q^2$, wobei q_{μ} der typische Impulsübertrag des beobachteten Prozesses ist. Durch Betrachtung der Renormierungseffekte kann man beweisen, daß QCD eine asymptotisch freie Theorie ist [25]. Man bezeichnet damit die Tatsache, daß die impulsabhängige Kopplungskonstante α_s im Gegensatz zur QED für große Impulse klein wird und gegen Null konvergiert. Das rührt daher, daß die Gluonenselbstkopplung die Abschirmung der Farbkraft durch Quark-Antiquark-Paare aufhebt und darüber hinaus bewirkt, daß die Farbkraft für große Abstände immer stärker wird. Dies ist ein Kennzeichen nichtabelscher Eichtheorien. Die Impulsabhängigkeit der Kopplungskonstanten ist mittels der Renormierungsgruppengleichung gegeben durch:

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{4\pi}{b \ln(Q^2/\Lambda_{\text{QCD}}^2)} \quad (2.19)$$

Der b-Koeffizient ist in der sogen. β -Funktion definiert,

$$\beta(g) = -b \frac{g^3}{16\pi^2} + O(g^5) \quad (2.20)$$

und ist in erster Ordnung Störungstheorie gegeben durch

$$b = 11 - \frac{2}{3} n_f \quad (2.21)$$

Λ_{QCD} ist ein freier Referenzparameter und wird als die Skala definiert, bei der α_s in der Störungstheorie formal divergiert. Λ_{QCD} muß experimentell bestimmt werden, wobei man typischerweise findet

$$\Lambda_{\text{QCD}} \approx 100 - 400 \text{ MeV} \quad (2.22)$$

Dies bedeutet, daß die Lagrangefunktion der QCD, die bei verschwindenden Quarkmassen keine Skala besitzt, durch Quanteneffekte eine erhält.

Bei großen Abständen oder Energien kleiner als ungefähr Λ_{QCD} wird die Wechselwirkung zwischen den farbigen Feldern so stark, daß die Störungstheorie zusammenbricht. Man nimmt an, daß es unendlich viel Energie kostet, um die Farbladungen zu trennen. Wenn dies wahr ist, wären Quarks dauernd innerhalb der Hadronen gebunden oder "confined". Da "confinement" ein nicht-perturbatives Phänomen ist, ist ein Beweis dafür sehr schwierig und bis heute nicht gefunden. Aus gleichen Gründen ist es bis heute unmöglich, die hadronischen Massenskalen wie Protonmasse oder Pion-Zerfallskonstante exakt zu berechnen. Sie sind alle durch einen dimensionslosen Koeffizienten multipliziert mit Λ_{QCD} gegeben - die Berechnung dieses Koeffizienten erfordert wie schon gesagt nichtperturbative Methoden wie z.B. QCD-Berechnungen auf dem Gitter.

Jedoch war es schon lange vor der Entwicklung der QCD mittels Stromalgebra-techniken möglich, das beobachtete Hadronenspektrum annähernd zu erklären und die Wechselwirkung zwischen den Pionen richtig zu beschreiben. Nachträglich rechtfertigte die QCD als Eichtheorie der starken Wechselwirkung die Stromalgebra-Methoden.

Da die Massen von u-, d- und s-Quarks im Vergleich zur typischen QCD-Skala Λ_{QCD} klein sind, ist es erlaubt, das Hadronenspektrum zuerst bei verschwindenden Massen der leichten Quarks zu diskutieren und später die Massen als kleine Störungen aufzufassen. Wir betrachten also die Lagrangefunktion der QCD für den allgemeinen Fall m masseloser Quarkflavors q_i ($i = 1 \dots m$), (Farbindex ist unterdrückt). L_{QCD} ist invariant unter der vektoriellen $SU(m)_V$ -Transformation:

$$q^i \longrightarrow q^{i'} = q^i + i \alpha^a \left(\frac{\lambda^a}{2} \right)^i_j q^j, \quad \alpha^a \ll 1 \quad (2.23)$$

wobei λ^a die verallgemeinerten Gell-Mann-Matrizen sind ($a = 1 \dots m^2 - 1$). Die mit diesen Transformationen assoziierten Vektorströme sind:

$$\begin{aligned} J^a_\mu(x) &= \bar{q}(x) \gamma_\mu \left(\frac{\lambda^a}{2} \right) q(x) \\ \partial^\mu J^a_\mu(x) &= 0 \end{aligned} \quad (2.24)$$

Die Ladungen sind definiert durch:

$$Q^a(t) = \int J^a_0(t) d^3x \quad (2.25)$$

Ebenso ist L_{QCD} unter der axialen $SU(m)_A$ -Transformation invariant:

$$q^i \longrightarrow q'^i = q^i + i \beta^a \left(\frac{\lambda^a}{2} \right)_j^i \gamma^j, \quad \beta^a \ll 1 \quad (2.26)$$

Die entsprechenden Axialvektorströme sind:

$$\begin{aligned} J_{\mu}^{5a}(x) &= \bar{q}(x) \gamma_{\mu} \gamma_5 \left(\frac{\lambda^a}{2} \right)_j^i q^j(x) \\ \partial^{\mu} J_{\mu}^{5a}(x) &= 0 \end{aligned} \quad (2.27)$$

Analog kann man die axiale Ladung Q^{5a} definieren:

$$Q^{5a}(t) = \int d^3x J_0^{5a}(t) \quad (2.28)$$

Zusammen mit den Vektorladungen Q^a erzeugen sie die folgenden Vertauschungsrelationen:

$$\begin{aligned} [Q^a(t), Q^b(t)] &= i f^{abc} Q^c(t) \\ [Q^a(t), Q^{5b}(t)] &= i f^{abc} Q^{5c}(t) \\ [Q^{5a}(t), Q^{5b}(t)] &= i f^{abc} Q^c(t) \end{aligned} \quad (2.29)$$

f^{abc} sind die Strukturkonstanten der $SU(m)$.

Man bezeichnet diese Relationen normalerweise als Stromalgeberrrelationen. Die globale $SU(m)_V \times SU(m)_A$ -Symmetrie kann man auch in eine chirale $SU(m)_L \times SU(m)_R$ -Symmetrie umschreiben. Um dies zu sehen, bilden wir die links- und rechtshändigen Ladungen:

$$Q_L^a = 1/2(Q^a - Q^{5a}) \quad Q_R^a = 1/2(Q^a + Q^{5a}) \quad (2.30)$$

Linkshändige Quarks q_{iL} transformieren sich gemäß der fundamentalen Darstellung von $SU(m)_L$ und wie ein Singulett unter $SU(m)_R$, rechtshändige Quarks umgekehrt. Deswegen ist es klar, daß ein Quarkmassenterm

$\bar{q}q = 1/2(\bar{q}_L q_R + \bar{q}_R q_L)$ nicht invariant unter $SU(m)_L \times SU(m)_R$ ist.

Schließlich besitzt L_{QCD} noch zwei $U(1)$ -Symmetrien. Die erste $U(1)_V$ -Symmetrie rührt daher, daß L_{QCD} invariant unter allgemeinen Phasenänderungen für jedes Quarkfeld ist:

$$q^i(x) \longrightarrow q'^i(x) = e^{i\theta} q^i(x) \quad (2.31)$$

Der dazugehörige (Baryonzahl) Strom ist:

$$J_\mu(x) = \bar{q}_i(x) \gamma_\mu q^i(x) \quad (2.32)$$

Die zweite $U(1)_A$ -Symmetrie kommt von der Invarianz unter

$$q^i(x) \longrightarrow q^i(x) e^{i\theta \gamma_5} \quad (2.33)$$

mit dem (teilweise) erhaltenen axialen (Baryonzahl) Strom:

$$J_\mu^5(x) = \bar{q}_i(x) \gamma_\mu \gamma_5 q^i(x) \quad (2.34)$$

Linkshändige Quarkfelder haben axiale Baryonahlladung +1, rechtshändige -1.

Zusammenfassend besitzt L_{QCD} bei verschwindenden Quarkmassen folgende globale chirale Flavorsymmetrie:

$$\begin{aligned} G_F &= SU(m)_V \times SU(m)_A \times U(1)_V \times U(1)_A \\ &\simeq SU(m)_L \times SU(m)_R \times U(1)_V \times U(1)_A \end{aligned} \quad (2.35)$$

2.2.1.2 Spontane Symmetriebrechung der chiralen Symmetrie - Pionen als masselose Goldstonebosonen

Wie ist diese chirale Symmetrie nun im hadronischen Spektrum der Quarkbindungszustände realisiert? Wenn die chirale Symmetrie ungebrochen wäre, würde man erwarten, daß die Teilchen entartete Multipletts entsprechend ihrer irreduziblen $SU(m)_L \times SU(m)_R$ -Darstellung bilden würden. Für $m = 3$ sollten die acht pseudoskalaren Mesonen von einem Oktett von skalaren Mesonen begleitet sein, und die $J^P = (1/2)^+$ -Baryonen sollten Partner mit entgegengesetzter Parität besitzen. Aber in Wirklichkeit gibt es keinerlei Anzeichen für diese Multiplettstruktur. Diese Tatsache führt zu der Idee, daß die chirale Symmetrie spontan gebrochen ist. Genauer gesagt legt die experimentelle Beobachtung des Hadronspektrums nahe, daß die axiale Symmetrie spontan gebrochen ist, die vektorielle hingegen ungebrochen. Dies kann dadurch ausgedrückt werden, daß die axialen Ladungen nicht das Vakuum vernichten:

$$Q^5 |0\rangle \neq 0 \quad (2.36)$$

Äquivalent dazu ist, daß der Feldoperator $\phi_i^j \sim \bar{q}_i q^j$ einen nicht verschwindenden Vakuumerwartungswert besitzt:

$$\langle 0 | \phi_i^j | 0 \rangle \sim c_i^j \delta_i^j; \quad c_i \sim 2f_\pi \sim \text{const.} \Lambda_{\text{QCD}} \quad (2.37)$$

f_π sind die verallgemeinerten Pion-Zerfallskonstanten.

Da sich ϕ nichttrivial unter $SU(m)_A$ und $U(1)_A$ transformiert, wird durch

$\langle \phi \rangle G_F$ (s. Gl. (2.35)) spontan auf

$$H_F = SU(m)_V \times U(1)_V \quad (2.38)$$

gebrochen.

Spontane Symmetriebrechung von kontinuierlichen Symmetrien hat die Existenz von masselosen Spin-0-Teilchen, den sogen. masselosen Goldstonebosonen [26], zur Folge. Zu jedem gebrochenen Strom oder Generator gehört ein masseloses Goldstoneiteilchen. In unserem Fall erhalten wir m^2-1 Goldstonebosonen π^a ($a = 1 \dots m^2-1$), die zu den gebrochenen Generatoren der axialen $SU(m)_A$ -Symmetrie gehören. Diese Tatsache wird durch die sogen. PCAC-Relationen ausgedrückt:

$$\langle 0 | J_r^{\mu a}(0) | \pi^b(r) \rangle = i f^{\mu a} p_r, \quad f^{\mu a} = f_\pi \delta^{\mu a} \quad (2.39)$$

Für $m = 3$ können diese mit den $\pi^\pm, \pi^0, K^0, \bar{K}^0, K^\pm$ und η^0 -Bosonen identifiziert werden.

Zusätzlich erwartet man in diesem Fall noch ein neuntes Goldstoneboson, das zur gebrochenen $U(1)_A$ -Symmetrie gehört. Dieses müßte ein $SU(3)$ -Singulett sein und könnte nur mit dem in der Natur vorhandenen η' -Meson identifiziert werden. Die Masse des beobachteten η' -Mesons ist aber zu hoch [27], um eine Goldstoneinterpretation zuzulassen. Dieses Mysterium ist als das sogen. $U(1)_A$ -Problem bekannt; wir werden in Abschnitt 2.2.1.5 darauf zurückkommen.

2.2.1.3 Effektive Lagrangefunktion der starken Wechselwirkung

In diesem Abschnitt wollen wir die effektive Lagrangefunktion der starken Wechselwirkung besprechen. Diese enthält als Freiheitsgrade die aus Quarkfeldern zusammengesetzten, farbneutralen Felder, nämlich die Hadronen wie Pionen, Nukleonen und Vektormesonen. Die Parameter des effektiven Lagrangian sind prinzipiell aus der Dynamik der QCD berechenbar. Da dies wegen ihrer nicht störungstheoretischen Natur nicht explizit möglich ist, muß

man sich bei der Konstruktion der effektiven Lagrangiefunktion hauptsächlich von Symmetrieprinzipien leiten lassen.

Wir wollen die hadronischen Felder schrittweise einführen und beginnen mit der effektiven Lagrangiefunktion, die die Wechselwirkung der Pionen untereinander beschreibt. Wir betrachten dabei den Fall von zwei masselosen Quarks ($m = 2$), so daß die chirale Symmetrie $SU(2)_L \times SU(2)_R$ ist. Das Isotriplett-Pionfeld π^a ($a = 1 \dots 3$) kann man sich als folgenden bilinearen Quarkoperator vorstellen: $\pi^a \approx \bar{\psi}_i \gamma_5 (\tau^a)_j^i \psi_j$. Zusätzlich beinhaltet die Theorie noch ein isoskalar σ -Feld ($\sigma \approx \text{Tr} \bar{\psi} \psi$). σ und π transformieren sich gemeinsam wie ein $(2,2)$ -Multiplet unter $SU(2)_L \times SU(2)_R$, welches in ein $SU(2)_V$ -Triplet und Singulett zerfällt. Die $SU(2)_L \times SU(2)_R$ -invariante effektive Lagrangian, die diese Felder beinhaltet, ist gegeben durch [28]:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{lin}} &= \frac{1}{2} \left[(\partial_\mu \sigma)^2 + (\partial_\mu \pi)^2 \right] - V(\sigma^2 + \pi^2) \\ V(\sigma^2 + \pi^2) &= -\frac{f_\pi^2}{2} (\sigma^2 + \pi^2) + \frac{\lambda}{4} (\sigma^2 + \pi^2)^2 \end{aligned} \quad (2.40)$$

Da die $SU(2)_L \times SU(2)_R$ -Symmetrie linear realisiert ist, heißt dieses Modell "lineares σ -Modell".

Für $\mu^2 > 0$ wird die $SU(2)_L \times SU(2)_R$ -Symmetrie spontan gebrochen. Das Minimum des Potentials liegt bei:

$$\sigma^2 + \pi^2 = v^2, \quad v^2 = \frac{f_\pi^2}{\lambda} = \frac{f_\pi^2}{2} \quad (2.41)$$

Wir können den Vakuumerwartungswert des π -Feldes gleich Null setzen, so daß nur das σ -Feld einen Vakuumerwartungswert erhält:

$$\langle 0 | \sigma | 0 \rangle = v \quad (2.42)$$

Wir definieren nun ein neues Feld σ' :

$$\sigma' = \sigma - v \quad (2.43)$$

Nach Einsetzen dieses Feldes in $\mathcal{L}_{\text{lin}}$ sieht man sofort, daß die π -Felder masselose Goldstonebosonen geworden sind. Das σ -Feld hat eine Masse von $\sqrt{2}\mu$ bekommen.

Da die globale Symmetrie $G_F = SU(2)_L \times SU(2)_R$ spontan auf $H_F = SU(2)_V$ gebrochen ist, können wir $\mathcal{L}_{\text{lin}}$ so umschreiben, daß G_F/H_F nichtlinear, die

erhaltende Symmetrie H_F aber noch linear realisiert ist. Der symmetriebrechende Potentialterm verschwindet dann. Dieses Modell heißt "nichtlineares σ -Modell" [29]. Wir setzen dazu:

$$\phi = \frac{1}{f_\pi} \vec{\sigma} + i g_s \vec{\tau} \cdot \vec{\pi} \quad (2.44)$$

damit wird L_{lin} zu:

$$L_{lin} = \frac{1}{2} \text{Tr} (\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi^\dagger) - \frac{1}{4} \text{Tr} \left[(\phi^\dagger \phi - \frac{f_\pi^2}{2})^2 \right] \quad (2.45)$$

Die symmetriebrechende Nebenbedingung $\phi^\dagger \phi = f_\pi^2/2$ kann dadurch erfüllt werden, daß wir das Feld ϕ folgendermaßen umschreiben:

$$u = \frac{f_\pi}{2} e^{i \sqrt{2}/f_\pi \cdot \phi} \quad (2.46)$$

Damit erhalten wir die effektive Lagrangefunktion des nichtlinearen σ -Modells:

$$L_{N, eff, lin} = \frac{1}{f_\pi^2} (\partial_\mu u \partial^\mu u^\dagger) \quad (2.47)$$

Das nichtlineare σ -Modell beschreibt die Wechselwirkung der Pionen untereinander in eindeutiger Art und Weise und benötigt keinerlei Annahmen über die zugrunde liegende (QCD) Dynamik. Der einzige freie Parameter ist die Pion-Zerfallskonstante f_π . Dieses Verhalten ist typisch für die Goldstonenatur der Pionen und reflektiert die Existenz der PCAC-Relation Gl.(2.39).

Als nächstes wollen wir das Isodoublett-Nukleonfeld $N_i = (p, n)$

($N^i = \epsilon_{jk} q^j q^k$) und seine Wechselwirkung mit den Pionen in die eff. Lagrangefunktion einführen. Linkshändige Nukleonen transformieren sich wie (2,1) unter der chiralen $SU(2)_L \times SU(2)_R$ -Symmetrie, rechtshändige wie (1,2). Die $SU(2)_L \times SU(2)_R$ -invariante effektive Lagrangefunktion, die das Nukleonfeld und seine Wechselwirkung mit dem Pionfeld beinhaltet, ist gegeben durch [28]:

$$L^{\pi, N} = \bar{N} i \gamma^\mu \partial_\mu N + g \bar{N} (\sigma + i \vec{\tau} \cdot \vec{\pi} g_s) N \quad (2.48)$$

Wegen der chiralen $SU(2)_L \times SU(2)_R$ -Symmetrie ist kein Nukleonmassenterm erlaubt.*

Nach der spontanen Symmetriebrechung der chiralen Symmetrie wird jedoch

* Das läßt sich umgehen, wenn man Nukleonfelder mit entgegengesetzter Parität einführt. Dann läßt sich ein $SU(2)_L \times SU(2)_R$ -invarianter Nukleonmassenterm konstruieren, s. Abschn. 4.2.2.1.

ein Massenterm für das Nukleonfeld erzeugt:

$$g \bar{N} (\sigma + i \vec{\tau} \cdot \vec{\pi} \gamma_5) N \xrightarrow{\epsilon' = \epsilon - v} g v \bar{N} N + g \bar{N} (\epsilon' + i \vec{\tau} \cdot \vec{\pi} \gamma_5) N \quad (2.49)$$

Die Masse des Nukleons beträgt $m_N = g \cdot v$.

Diese Massenerzeugung erfolgt in Analogie zur Massenerzeugung für Quarks und Leptonen durch den Higgsmechanismus im Weinberg-Salam-Modell. In der QCD kann man die Nukleonmasse so verstehen, daß Quarks durch das Kondensat $\langle 0 | \bar{q}_L q_R + \bar{q}_R q_L | 0 \rangle$ eine dynamische Masse m_D bekommen. So können sie als quasi-massive Konstituenten massive Nukleonen bilden - die dynamische Masse m_D heißt deswegen "Konstituentenmasse" und beträgt ungefähr 1/3 der Protonenmasse.

Schließlich wollen wir noch die Vektor- bzw. Axialvektormesonen ρ und A_1 und ihre Wechselwirkung mit dem Pionfeld in die effektive Lagrangiefunktion einführen. Dabei nutzt man neben den PCAC-Relationen die sogen. Vektor-Meson-Dominanz aus. Die Motivation dafür liegt in der empirischen Beobachtung, daß die Formfaktoren, die mit den entsprechenden Strömen assoziiert sind, in guter Näherung durch den Vektormesonenpol beschrieben werden können. Eine präzise Formulierung dieser Tatsache ist die Annahme, daß die Ströme proportional zu den Vektor- oder Axialvektorfeldern sind [30], was unter der Bezeichnung Strom-Feld-Identität bekannt ist. Die einzige Lagrangiefunktion, die die Strom-Feld-Identität beinhaltet, beschreibt die ρ - und A_1 -Vektormesonen als massive Yang Mills-Felder [31]. Sie ist in Erweiterung unseres nichtlinearen σ -Modells gegeben durch:

$$\begin{aligned} L^{\pi, \rho, A_1} = \sum_{i=L,R} \left\{ \frac{1}{2} (\partial_\mu V_{i\mu} - \partial_\nu V_{i\nu} - g V_{i\nu} \times V_{i\nu})^2 \right. \\ \left. - m^2 V_{i\mu}^2 + \frac{1}{4} \frac{1}{1-\beta^2} [(D_\mu U) (D^\mu U)] \right\} \quad (2.50) \end{aligned}$$

$V_{\mu L(R)}$ ist dabei das zu $SU(2)_{L(R)}$ gehörige Yang Mills-Feld und D_μ die kovariante Ableitung, die auf U folgendermaßen wirkt:

$$D_\mu U = \partial_\mu U + ig [\vec{V}_{\mu L} \cdot \vec{\tau} U - U \vec{V}_{\mu R} \cdot \vec{\tau}] \quad (2.51)$$

Der Faktor $(1-\beta)^{-1}$ wird sofort klar werden; er hat mit der Forderung zu tun, daß der kinetische Energieterm des Pionfeldes die Form $1/2(\partial_\mu \pi)^2$ hat.

Als nächstes definieren wir die Vektor- und Axialvektorfelder ρ^μ und a^μ durch:

$$p^{\pm} = \frac{1}{2} (V_1^{\pm} + V_2^{\pm}) \quad , \quad a^{\pm} = \frac{1}{2} (V_1^{\pm} - V_2^{\pm}) \quad (2.52)$$

Dies in Gl. (2.50) einsetzend sieht man, daß a^{μ} nicht mit den physikalischen A_1 -Teilchen assoziiert ist, da L^{π, ρ, A_1} einen Mischterm der Form $gf_{\pi} a_{\mu}^{\rho} \pi$ enthält. Diagonalisierung führt zum physikalischen Feld $a_{\mu}^1(x)$:

$$a_{\mu}^1(x) = a_{\mu}^{\rho}(x) + \frac{\rho}{m} D_{\mu} \pi \quad (2.53)$$

Damit das Pionfeld die kanonischen Vertauschungsrelationen erfüllt, muß gelten:

$$\rho = \frac{g f_{\pi}}{m} \quad (2.54)$$

Die Masse des Axialvektormesons A_1 ist wegen der spontanen Brechung der chiralen Symmetrie nicht mehr gleich der ρ -Meson-Masse; sie ist gegeben durch:

$$m_{A_1}^2 = m_{\rho}^2 / (1 - \beta^2) \quad , \quad m = m_{\rho} \quad (2.55)$$

Mit der empirischen Fayyazuddin-Riazuddin-Kawarabashi-Suzuki (FRKS)-Summenregel [32] $\beta = gf_{\pi}/m_{\rho} = 1/\sqrt{2}$ erhält man, daß $m_{A_1}^2 = 2m_{\rho}^2$. L^{π, ρ, A_1} enthält Vertizes der Form $\pi\pi\rho\rho$, $\pi\pi\rho$ und $\pi A_1\rho$, die die Wechselwirkung dieser Teilchen untereinander beschreiben und für die Berechnung der Pionmassendifferenz (s. nächstes Kapitel) relevant sind.

2.2.1.4 Explizite Pionmassenerzeugung

Wie wir in Abschnitt 2.2.1.2 diskutiert haben, impliziert das Goldstone-theorem (für $m = 2$) die Existenz von drei masselosen Pionen. In Wirklichkeit aber haben wir keine solche masselosen Teilchen, sondern nur relativ leichte Mesonen ($m_{\pi^+} \approx 139$ MeV, $m_{\pi^0} \approx 135$ MeV). Deswegen muß man schließen, daß die chirale $SU(2)_L \times SU(2)_R$ -Symmetrie explizit gebrochen ist; die Massen der 0^- -Mesonen reflektieren diese chirale Symmetriebrechung. Wir können die Lagrangefunktion der starken Wechselwirkung in einen chiral invarianten und einen chiral brechenden Teil zerlegen:

$$L = L_{\text{inv}} + L_{\text{Stör}} \quad (2.56)$$

Der Pionmassenterm infolge der Störung $L_{\text{Stör}}$ ist dann in der Störungs-

theorie gegeben durch:

$$\Delta m_\pi^2 = - \langle \pi | L_{\text{Stör}} | \pi \rangle \quad (2.57)$$

Im allgemeinen ist ein Matrixelement zwischen hadronischen Zuständen schwierig zu berechnen. Für den Fall von Goldstonebosonen kann man jedoch die PCAC-Relation Gl.(2.39) ausnützen und erhält die sogen. Dashed-Formel [33], die nur den Vakuumzustand beinhaltet:

$$\Delta m_\pi^2 = - \frac{4}{f_\pi^2} \langle 0 | [Q^5, [Q^5, L_{\text{Stör}}]] | 0 \rangle \quad (2.58)$$

Als erstes wollen wir den Hauptbeitrag zu den Pionmassen diskutieren, nämlich die explizite Brechung der chiralen Symmetrie durch die Stromalgebra-Quarkmassen m_u und m_d . Der Störoperator ist gegeben durch:

$$L_{\text{Stör}} = m_u \bar{u}u + m_d \bar{d}d \quad (2.59)$$

Dadurch wird die chirale Symmetrie $G_F = SU(2)_V \times SU(2)_A$ explizit auf $G'_F = [U(1)_V]^2$ gebrochen. In diesem Fall wird durch das Kondensat $\langle \bar{u}u \rangle = \langle \bar{d}d \rangle$ kein Generator spontan gebrochen, so daß wir Pionfelder erwarten, deren Masse proportional zu den Stromalgebra-Quarkmassen $m_{u,d}$ ist. Explizit können wir Gl. (2.59) in Gl.(2.58) einsetzen und erhalten:

$$\Delta m_\pi^2 = 1/f_\pi^2 (m_u \langle \bar{u}u \rangle + m_d \langle \bar{d}d \rangle) \quad (2.60)$$

Mit $f_\pi \approx 93 \text{ MeV}$, $\langle \bar{u}u \rangle^{1/3} = \langle \bar{d}d \rangle^{1/3} = 300 \text{ MeV}$ kann man sich aus der bekannten Pionmasse von etwa 140 MeV den ungefähren Mittelwert von u- und d-Quarkmasse berechnen: $\bar{m} = (m_u + m_d)/2 \approx 7 \text{ MeV}$.

Die Brechung der chiralen Symmetrie durch explizite u- und d-Quarkmassen kann die Größe der Pionmassen richtig erklären, nicht aber die Massendifferenz zwischen π^+ und π^0 (und zwar auch nicht im Fall von $m_u \neq m_d$). Diese hat ihren Ursprung in der expliziten Brechung der chiralen Symmetrie durch Einführung der elektromagnetischen Wechselwirkung, d.h. durch die Ersetzung von ∂_μ durch die kovariante Ableitung $\partial_\mu - iqA_\mu$, wobei q die Ladung des u- bzw. d-Quarks ist. Hierdurch wird die chirale Symmetrie $G_F = SU(2)_V \times SU(2)_A$ explizit auf $G'_F = U(1)_V^{\text{E.M.}} \times U(1)_V^{\text{B-Zahl}} \times U(1)_A$ gebrochen (wir sind zu dem Fall $m_u = m_d = 0$ zurückgegangen), (eine zweite entstehende $U(1)_A$ ist mit der anomaliebehafteten $U(1)_A$ identisch). G'_F wird durch das Quarkkondensat spontan auf $H'_F = U(1)_V^{\text{E.M.}} \times U(1)_V^{\text{B-Zahl}}$ gebrochen. Somit erhält man ein reelles Goldstoneboson, nämlich das π^0 -Teilchen. $\pi^\pm$ sind keine Goldstonebosonen mehr, ihre Masse kann man naiv abschätzen:

$$\Delta m_{\pi^\pm}^2 = m_{\pi^\pm}^2 - m_{\pi^0}^2 \approx \alpha \cdot \Lambda_{QCD}^2 \approx O((10 \text{ MeV})^2) \quad (2.61)$$

Um ein genaueres Resultat zu erhalten, können wir wieder die Dasher-Formel verwenden. In diesem Fall ist der Störoperator gegeben durch:

$$L_{SI, \pi} = \frac{q^4}{2} \int d^4 y \Delta^{\mu\nu}(x-y) T(J_\mu(x) J_\nu(y)) \quad (2.62)$$

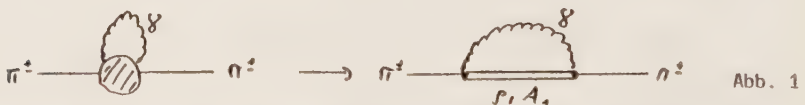
$\Delta^{\mu\nu}(x-y)$ ist der Photonpropagator und T das zeitgeordnete Produkt des elektromagnetischen Stroms ($J_\mu = 2/3 \bar{u} \gamma_\mu u - 1/3 \bar{d} \gamma_\mu d$). Gl.(2.62) in Gl.(2.58) einsetzend erhält man:

$$\Delta m_{\pi^\pm}^2 = \frac{e^2}{f_\pi^2} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{q^{\mu\nu} - 4 q^\mu q^\nu / q^2}{q^2 - i\epsilon} \cdot \left\{ \int d^4 x e^{iqx} \cdot \left\{ \langle 0 | J_\mu(x) J_\nu(0) | 0 \rangle - \langle 0 | J_\mu^5(x) J_\nu^5(0) | 0 \rangle \right\} \right\} \quad (2.63)$$

Dieser Ausdruck kann berechnet werden [34], indem man die spektrale Darstellung des Vektor- und Axialvektorstroms unter Berücksichtigung der Weinberg-Summenregel durch die ρ - und A_1 -Vektormesonen saturiert. Man erhält mit $m_{A_1}^2 = 2m_\rho^2$ als Ergebnis:

$$\Delta m_{\pi^\pm}^2 = \frac{3 \ln 2}{2\pi} \alpha m_\rho^2 \approx (5 \text{ MeV})^2 \quad (2.64)$$

Die Pionmassendifferenz durch elektromagnetische Strahlungskorrekturen ist diagrammatisch in Abb. 1 dargestellt. Die Blase in Abb. 1 steht für das Spektrum der angeregten Mesonzustände, das durch den ρ - bzw. A_1 -Pol dominiert wird.



Da die Berechnung der Pionmassendifferenz neben der elektromagnetischen Wechselwirkung die schweren ρ - und A_1 -Vektormesonen involviert, kann sie auch mittels der effektiven Lagrangefunktion Gl.(2.50) berechnet werden [35], die die Wechselwirkung zwischen den Pionen und diesen Vektormesonen beschreibt. Man muß lediglich noch den Elektromagnetismus in Gl.(2.50) mit einschließen. Das wird dadurch bewerkstelligt, daß man die sogen. ρ -Vektordominanz annimmt, was soviel bedeutet, daß der elektromagnetische Formfaktor der Hadronen durch den ρ^0 -Pol dominiert wird. Photon und Hadronen wechselwirken in diesem Bild durch die Mischung des ρ^0 -Teilchens mit dem Photon. Somit addiert man in Anwesenheit des Elektromagnetismus zu L^{π, ρ, A_1}

noch einen Teil $L^{E.M.}$, der die eichinvariante Wechselwirkung mit dem Photon beschreibt:

$$L^{E.M.} = -\frac{1}{4} (F_{\mu\nu})^2 - \frac{1}{2} m_\rho^2 \left[(\rho_\mu^\circ)^2 - (\rho_\mu^\circ + \frac{e}{g} \phi_\mu)^2 \right] \quad (2.65)$$

ϕ_μ ist das elektromagnetische Potential und $F_{\mu\nu}$ die elektromagnetische Feldstärke. Wegen dem ρ°, ϕ_μ -Mischungsterm $e/g(m_\rho^2 \phi_\mu^\circ)$ korrespondieren weder ρ° noch ϕ_μ zu physikalischen Teilchen. Deshalb können elektromagnetische Korrekturen zu hadronischen Prozessen $\alpha \rightarrow \beta$ gemäß der Idee der ρ -Vektordominanz als $(\alpha + \text{virtuelles } \rho^\circ) \rightarrow (\beta + \text{virtuelles } \rho^\circ)$ angesehen werden, wobei die zwei virtuellen ρ° -Linien durch den Photonpropagator geschlossen werden. Man erhält dann als effektiven Photon - ρ° -Propagator (in Landau-Eichung) [34]:

$$\Delta^{\rho\rho} = -\left(\frac{e}{g}\right)^2 \left(g^{\mu\nu} - \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) \frac{1}{q^2} \left(\frac{m_\rho^2}{q^2 - m_\rho^2} \right)^2 \quad (2.66)$$

Mit den $\pi\pi\rho, \pi\rho A_1$ und $\pi\pi\rho\rho$ Vertizes aus Gl.(2.50) ist man jetzt in der Lage, die $\pi^\pm - \pi^0$ Massendifferenz zu berechnen. Die relevanten Diagramme, die zu den $\pi^+(\pi^-)$ -Massen beitragen, sind in Abb. 2 gezeigt.

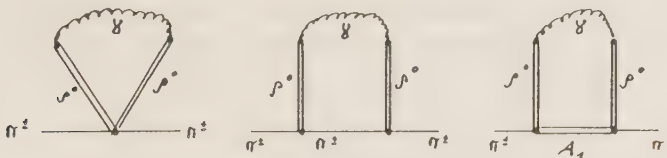


Abb. 2

Man erhält nach Berechnung dieser Diagramme mit $B = 1/\sqrt{2}$ als Endergebnis:

$$\Delta m_{\pi^\pm}^2 = \frac{3\alpha}{2\pi} m_\rho^2 \ln 2 \quad (2.67)$$

Dieses Ergebnis ist exakt das Resultat Gl.(2.64) das schon durch die Verwendung der Dasher-Formel gefunden wurde.

Anschließend wollen wir betonen, daß die in diesem Rahmen mögliche Berechenbarkeit der Pionmassendifferenz durch die elektromagnetische Wechselwirkung nur wegen der Goldstoneeigenschaft der Pionen - gleichbedeutend ist die Existenz der PCAC Relation Gl.(2.39) - möglich war.

2.2.1.5 $U(1)_A$ -Problem und Masse des η' -Mesons

Beschränken wir uns auf eine Welt mit drei masselosen Quarks ($m = 3$), so besitzt L_{QCD} folgende chirale Flavorsymmetrie G_F :

$$G_F = SU(3)_V \times SU(3)_A \times U(1)_V \times U(1)_A \quad (2.68)$$

Diese wird durch $\langle \bar{q}_i q^j \rangle = c_i \delta_i^j$ spontan auf

$$H_F = SU(3)_V \times U(1)_V \quad (2.69)$$

gebrochen. Man erwartet deshalb acht Goldstonebosonen, zu den gebrochenen Generatoren von $SU(3)_A$ gehörig, nämlich $\pi^+, \pi^0, \eta^0, K^{\pm}, \bar{K}^0$ und K^0 sowie ein Goldstoneboson, das zum gebrochenen Generator von $U(1)_A$ gehört. Das $SU(3)$ -Singlett η' -Meson hätte die richtigen Quantenzahlen dafür. Es ist jedoch unmöglich, die große Massendifferenz von 440 MeV zwischen η und η' -Meson zu erklären. Eine Goldstone-Interpretation für das η' -Meson scheidet deshalb aus.

Die Lösung dieses Problems wurde durch die Beobachtung von t'Hooft[6] eingeleitet, der zeigte, daß das erwartete Goldstoneboson wegen der bekannten Anomalie des $U(1)_A$ -Stromes kein physikalisches Teilchen ist. Die $U(1)_A$ -Symmetrie ist nämlich durch Quanteneffekte zerstört, sie besitzt die sogen. Dreiecks- oder ABJ-Anomalie [36], (s. Abb. 3).

$$\partial_\mu J_5^\mu = i \ell_2(R) \cdot m \frac{g_3^2}{16\pi^2} \bar{F}_{\mu\nu}^a \tilde{F}^{a\mu\nu} \quad (2.70)$$

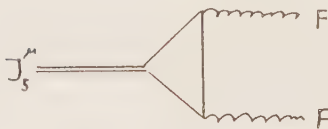


Abb. 3

$\ell_2(R)$ ist die sogen. Indexkonstante der Quarkdarstellung $R(\ell_2(\text{fundam.}) = 1)$, $F_{\mu\nu}^a$ der $SU(3)$ -Feldstärketensor und $\tilde{F}^{a\mu\nu} = \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} F_{\alpha\beta}^a$ der duale Feldstärketensor. Die zu diesem Strom gehörige Ladung Q_5 ist infolge der Anomalie nicht erhalten. Um dies zu sehen, integrieren wir $\partial_\mu J_5^\mu$ über den euklidischen 4-dimensionalen Raum:

$$\Delta Q_5 = \int_{-\infty}^{\infty} dt \frac{dQ_5}{dt} = 2 m \cdot v \quad (2.71)$$

v ist dabei die sogen. topologische Ladung:

$$v = \int q(x) d^4 x \quad ; \quad q(x) = \frac{g_3^2}{32\pi^2} \bar{F}_{\mu\nu}^a \tilde{F}^{a\mu\nu} \quad (2.72)$$

$q(x)$ die sogen. topologische Ladungsdichte.

Für bestimmte Eichfeldkonfigurationen, nämlich die Instantonlösung [7], nimmt ν von Null verschiedene ganzzahlige Werte an (s. Anhang A). $\nu = 1$ für eine Eichfeldkonfiguration, die eine Ein-Instanton-Lösung darstellt. Diese Tatsache kann so verstanden werden, daß das Instanton zwischen Vakuumzuständen interpoliert, die sich um eine Einheit der topologischen Ladung unterscheiden. Wir sehen also, daß Q_5 durch die Instantonlösung um ein Vielfaches von $2m$ geändert werden kann, d.h. die Instantonen brechen die chirale Flavorsymmetrie G_F (Gl.(2.35)) zu G'_F :

$$G'_F = SU(m)_L \times SU(m)_R \times U(1)_V \times Z(2m)_A^* \quad (2.73)$$

Bei jedem physikalischen Prozeß ist $U(1)_A$ nur mod $2m$ zu erhalten. Deswegen gibt es keinen Grund anzunehmen, daß sich die chirale $U(1)_A$ -Symmetrie im Goldstonespektrum manifestiert.

Die Brechung von $U(1)_A$ nach $Z(2m)_A$ wird auch in der effektiven Wechselwirkung zwischen den masselosen Quarks im Instantonfeld deutlich. Diese ist gegeben durch [6] (s. Anhang A):

$$L_{\text{eff}}^{\text{inst.}} = \int d\rho \frac{1}{\pi^4} \left(\frac{8\pi^2}{g^2} \right)^4 \frac{1}{\rho^5} \exp \left(-\frac{8\pi^2}{g^2} \right) (8\pi\rho^3)^m \left(\det \bar{q}_L q_R + h.c. \right) \quad (2.74)$$

Da die Wechselwirkung die Form einer Determinante im Flavorraum hat, werden m linkshändige Quarks vernichtet und m rechtshändige Quarks erzeugt bzw. umgekehrt (s. Abb. 4).

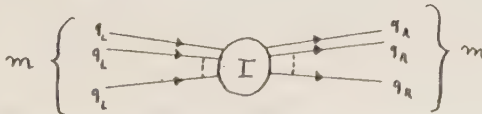


Abb. 4

Somit ist diese effektive Wechselwirkung invariant unter $SU(m)_L \times SU(m)_R$, verändert aber gerade Q_5 um $2m$ Einheiten und bricht damit $U(1)_A$ auf $Z(2m)_A$. Diese Tatsache verdeutlicht sehr klar den Zusammenhang zwischen Anomalie und Instantonen.

Im "large n limit" [37] der QCD läßt sich die Entstehung des η' -Massenterms in Verbindung mit der effektiven Lagrangefunktion des nichtlinearen σ -Modells explizit zeigen [38]. Nach Gl.(2.47) ist die effektive Lagrangefunktion des Mesonfeldes gegeben durch:

* Genauer betrachtet ist die $Z(2m)_A$ -Symmetrie nicht unabhängig, sondern schon in $SU(m)_L \times SU(m)_R$ enthalten.

$$L_0 = \frac{1}{2} \text{Tr} \left(\partial_\mu U \partial_\mu U^\dagger \right) \quad (2.75)$$

$U = f_\pi/2 e^{i\sqrt{2}\Phi/f_\pi}$, wobei Φ eine $m \times m$ -Matrix im Flavorraum ist:

$$\phi_j^i = \frac{1}{f_\pi} \eta_j^i + \sum_{a=1}^{m^2-1} \pi_a^i \lambda_a^j \quad (i, j = 1, \dots, m) \quad (2.76)$$

Somit ist $\eta' = \text{Tr} \phi_j^i$ und $\pi_j^i = \phi_j^i - \text{Tr} \phi_j^i$.

L_0 ist sowohl invariant unter chiralen $SU(m)_L \times SU(m)_R$ -Transformationen als auch $U(1)_A$ -Transformationen. Wegen der ABJ-Anomalie (Gl.(2.70)) sollte jedoch für die $U(1)_A$ -Transformation gelten:

$$\delta L = 2i\alpha \int F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} d^4x \quad (2.77)$$

(α ist freier Drehparameter.) Nur in diesem Fall wären die anomalen Wardidentitäten erfüllt. (An dieser Stelle benötigt also das nichtlineare σ -Modell Information aus der zugrund liegenden (QCD-) Theorie.) Deswegen muß man einen zusätzlichen Term L' zu L_0 hinzufügen, so daß Gl.(2.77) erfüllt ist. Dieser ist in Ordnung $1/n$ gegeben durch:

$$L' = \frac{i}{2} q(x) \text{Tr} \left[\log \phi - \log \phi' \right] + \frac{1}{a f_\pi} q^2(x) \quad (2.78)$$

a ist dabei eine neue Konstante mit Dimension (Masse)². Sie kann aus dem Spektrum der pseudoskalaren Mesonen berechnet werden, wobei man findet: $a \sim (0.73 - 0.90 \text{ GeV})^2$. Die topologische Ladungsdichte $q(x)$ ist kein dynamisches Feld und kann aus Gl.(2.78) eliminiert werden, indem man seine algebraischen Bewegungsgleichungen benützt. Man erhält dann als nicht-lineare Lagrangefunktion:

$$L_{\text{nichtlin.}} = \frac{1}{2} \text{Tr} \left(\partial_\mu U \partial_\mu U^\dagger \right) + \frac{a f_\pi^2}{16} \left[\text{Tr} \left(\log U - \log U^\dagger \right) \right]^2 \quad (2.79)$$

Setzen wir nun die explizite Form von Φ (Gl.(2.76)) in den zweiten Teil von $L_{\text{nichtlin.}}$ ein, so erhalten wir:

$$L_{\text{nichtlin.}} = \frac{1}{2} \text{Tr} \left(\partial_\mu U \partial_\mu U^\dagger \right) + \frac{1}{2} a \frac{m}{n} \eta'^2 \quad (2.80)$$

Somit hat der Effekt der Anomalie dem $SU(m)$ -Singulettfeld $\eta' = \text{Tr} \phi_j^i$ eine Masse $m_{\eta'}^2 = a m/n$ gegeben, die anderen m^2-1 -Felder $\pi_j^i = \phi_j^i - \text{Tr} \phi_j^i$ bleiben als masselose Goldstonebosonen übrig. Da die Masse des η' -Teilchens proportional zu m/n ist, verschwindet sie im limes $n \rightarrow \infty$. Man bemerke, daß die Masse des η' -Teilchens durch denselben Faktor wie die topologische

Ladungsdichte regiert wird ($g_3^2 \sim 1/n$). Das bedeutet, daß im large n limit die Anomalie verschwindet und mit ihr auch die Masse des η' -Mesons.

Schließlich können wir wiederum die Verbindung zwischen Anomalie und Instanton aufzeigen. Wie schon ausgeführt, hat die durch Instantonen induzierte effektive Quarkwechselwirkung die Form:

$$L_{eff}^{inst.} \sim \det(\bar{q}_L q_R) + \det(\bar{q}_R q_L) \quad (2.81)$$

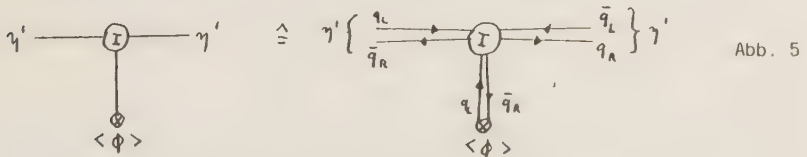
In QCD ist das Mesonfeld Φ aus Quarkfeldern zusammengesetzt: $\Phi \sim \bar{q}_L q_R$, $\Phi^+ \sim \bar{q}_R q_L$. Damit ist:

$$L_{eff}^{inst.} \sim \det \Phi + \det \Phi^+ \quad (2.82)$$

Dieser Ausdruck kann als erster Entwicklungskoeffizient der Logarithmusfunktion aufgefaßt werden, so daß:

$$L_{eff}^{inst.} \approx \log(\det \Phi) + \log(\det \Phi^+) = \text{Tr}(\log \Phi - \log \Phi^+) \quad (2.83)$$

$L_{eff}^{inst.}$ hat also approximativ dieselbe Form wie der durch die Anomalie verursachte zusätzliche Term in $L_{nichtlin.}$, s. Gl.(2.79), und kann als solcher aufgefaßt werden. Man kann also schließen, daß die Masse des η' -Mesons durch die effektive Quarkwechselwirkung im Instantonfeld verursacht wird. Dieser Massenterm ist diagrammatisch für $m = 3$ in Abb. 5 dargestellt.



2.2.2 Dynamischer Ursprung des Quark-Antiquark-Kondensats

2.2.2.1 Dyson-Schwinger bzw. Gapgleichung

Im letzten Kapitel haben wir das Spektrum und die Wechselwirkung der hadronischen Zustände unter der Annahme beschrieben, daß die chirale Symmetrie in der QCD spontan gebrochen ist. Die Frage aber, ob die chirale Symmetrie chiral gebrochen ist oder nicht, kann nur durch eine explizite dynamische Berechnung gelöst werden. So wollen wir jetzt versuchen, die der spontanen

Symmetriebrechung zugrunde liegende QCD-Dynamik zu diskutieren. Eine gute Zusammenfassung über dieses Gebiet ist in Referenz [5] gegeben.

Die spontane Brechung der globalen chiralen Symmetrie äußert sich in der Erzeugung einer dynamischen Quarkmasse m_D , der sogen. Konstituentenmasse. Wir wollen deshalb zuerst den vollständigen, die dynamische Masse m_D beinhaltenden Quarkpropagator betrachten. Er ist gegeben durch:

$$S(p) = \frac{i}{\not{p} - m_D(p^2)} \quad (2.84)$$

Die dynamische Masse m_D kann auf selbstkonsistente Art und Weise bestimmt werden [39]. Der Ausgangspunkt ist die chiralsymmetrische QCD Lagrange-funktion, (wir betrachten der Einfachheit halber nur den Fall von einem Quarkflavor):

$$L = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} + \bar{q} i \not{\partial} q \quad (2.85)$$

Wir können noch einen lokalen Massenterm zu Gl.(2.85) addieren und subtrahieren:

$$L = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} + \bar{q} (i \not{\partial} - m_D) q + \bar{q} m_D q \quad (2.86)$$

Vernachlässigt man für einen Moment den letzten Term und berechnet den Quarkpropagator, so erhält man einen Ausdruck wie $i[\not{p} - m_D(p^2) - \Sigma(p)]^{-1}$. $\Sigma(p)$ ist die Summe aller Einteilchen irreduziblen Quarkselbstenergie-Diagramme, die durch die Wechselwirkung der Theorie und den angenommenen Quarkpropagator $i(\not{p} - m_D(p^2))^{-1}$ berechnet werden können. Betrachtet man nun den Massencounterterm $\bar{q}m_D q$ perturbativ als Masseneinsetzung, dann ändert sich der Ausdruck für den Propagator zu $i[\not{p} - m_D(p^2) + \Sigma(p) + m_D(p^2)]^{-1}$. So fordern wir als Selbstkonsistenzbedingung

$$\Sigma(p) = m_D(p^2) \quad (2.87)$$

so daß der Propagator die Form von Gl.(2.84) annimmt. Diese Gleichung bezeichnet man als Dyson-Schwinger-Gleichung oder - in Analogie zur Supraleitung - auch als Gappgleichung. Ein charakteristisches Kennzeichen dieser Gappgleichung ist, daß sie immer eine triviale, die chirale Symmetrie erhaltende Lösung $m_D = 0$ und eine nichttriviale symmetriebrechende Lösung $m_D \neq 0$ besitzt. Die Frage ist deshalb, welche von den beiden Lösungen dynamisch realisiert wird. Um diese Frage zu beantworten muß man entscheiden können, welche Lösung energetisch günstiger ist, d.h. in welchem Zustand die Vakuumenergie des Systems minimal ist. Dies kann mit Hilfe des effektiven Potentialformalismus untersucht werden.

2.2.2.2 Effektiver Potentialformalismus

Das Ziel dieses Formalismus ist es, das effektive Potential in Abhängigkeit des Quarkpropagators S zu bestimmen und dann mittels der Stationaritätsbedingung zu entscheiden, ob die symmetrieerhaltende Lösung $m_D = 0$ oder die symmetriebrechende Lösung $m_D \neq 0$ zu einem absoluten Minimum des Potentials gehört.* Diese Methode wurde in Ref. [40] im Rahmen der dynamischen Symmetriebrechung entwickelt.

Das effektive Potential Γ ist durch eine Legendre-Transformation des erzeugenden Funktional aller zusammenhängenden Greenschen Funktionen W der Theorie gegeben:

$$\Gamma[S] = W[K] - \int dx dy S(x,y) K(y,x) \quad (2.88)$$

$K(y,x)$ ist dabei ein bilokaler Quellenterm zusätzlich zur QCD Lagrange-funktion (Gl.(2.16)).

Mit

$$Z[K] = \exp(-W[K]) = \int d\psi d\bar{\psi} dA \exp \left[- \int (\bar{\psi} S^{-1} \psi + \bar{\psi} (D - S^{-1}) \psi + \right. \quad (2.89)$$

$$\left. + K \psi \bar{\psi} \right] = \left(\det S^{-1} \right) \cdot \exp \left[\text{(alle 2PI irreduziblen Vakuumbigramme)} \right]$$

erhält man für $\Gamma[S]$:

$$\Gamma[S] = - \text{Tr} \log S^{-1} + \text{Tr} (S^{-1} - \not{p}) S - \text{(alle 2PI irreduziblen Vakuumbigramme)} \quad (2.90)$$

Die stationären Punkte $\delta\Gamma/\delta S = 0$, die die Vakuumerwartungswerte von S bestimmen; liefern uns folgende Gleichung:

$$S^{-1} = \not{p} - \text{(alle 1PI irreduziblen Quark Selbstenergiediagramme)} \quad (2.91)$$

Diese Gleichung ist identisch mit der Gapgleichung Gl.(2.87) und beinhaltet eine symmetrieerhaltende und eine symmetriebrechende Lösung. Mit der expliziten Form von $\Gamma[S]$ (Gl.(2.90)) ist man jetzt prinzipiell in der Lage zu entscheiden, welche Lösung ein absolutes Minimum von Γ darstellt und somit den physikalischen Grundzustand beschreibt. In der Praxis ist allerdings Γ nur um die symmetrieerhaltende Lösung entwickelbar. Hingegen

* Genauso gut kann man das effektive Potential in Abhängigkeit des symmetriebrechenden Ordnungsparameters $\langle\Phi\rangle \sim \langle\bar{q}q\rangle$ bestimmen.

kann Γ wegen der nicht perturbativen Natur der symmetriebrechenden Lösung nicht um diese entwickelt werden. Allerdings kann man entscheiden, ob die symmetrieerhaltende Lösung $m_0 = 0$ stabil ist, also ein Minimum oder Maximum beschreibt. Aus dem Fall der Nichtstabilität (Maximum) kann man schließen, daß die symmetrieerhaltende Lösung nicht den Grundzustand beschreibt, sondern die symmetriebrechende mit $m_0 \neq 0$. Zusätzlich kann man sich den Wert der Kopplungskonstanten g bestimmen, bei der die symmetrieerhaltende Lösung instabil wird, bei der also spontane Brechung der chiralen Symmetrie eintreten wird. Dies soll kurz für zwei verschiedene Quark-Wechselwirkungsmodelle innerhalb der QCD diskutiert werden.

2.2.2.3 Chirale Symmetriebrechung durch Ein-Gluon-Austausch

Wir wollen nun den eben beschriebenen Mechanismus anwenden, indem wir berechnen, ob die chirale Symmetriebrechung durch Ein-Gluon-Austausch induziert wird (s. Abb. 6).

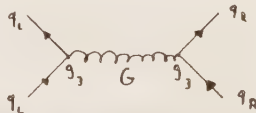


Abb. 6

Das relevante 1-PI-Selbstenergiediagramm liefert uns folgende Gapgleichung:

$$m_0(p^2) = -\frac{1}{4} g_3^2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{m_0(k^2)}{(p-k)^2 (k^2 - m_0^2(k^2))} \quad (2.92)$$

Die nichttriviale Lösung bestimmt m_0 in Abhängigkeit von der Kopplungskonstanten g_3^2 . Das qualitative Verhalten ist in Abb. 7 dargestellt.

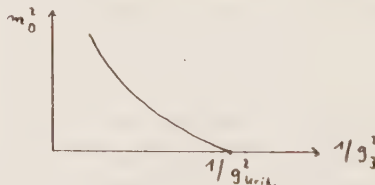


Abb. 7

Bemerkenswert ist, daß nichttriviale Lösungen nur für $g_3 > g_{krit}$ existieren.

Nun wollen wir anhand des effektiven Potentialmechanismus diskutieren, ob die triviale Lösung stabil oder instabil ist. Dies wurde für Ein-Gluon-Austausch in Ref. [41] untersucht. Zur Berechnung von $\Gamma(S)$ macht man für den Quarkpropagator wieder den Ansatz Gl.(2.84). Damit bekommt Gl.(2.90) folgende Form:

$$\Gamma[m_0] = \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \left[\frac{2 m_0^2}{p} + O(m_0^4) \right] \sim (2 \text{ PI irreduzible Vakuumbdiagramme}) \quad (2.93)$$

Man beachte, daß die mehr oder weniger kinetischen Terme den chiralsymmetrischen Zustand $m_0 = 0$ stabilisieren. Das 2 PI irreduzible Vakuumbdiagramm, das für unseren Fall in Abb. 8 gezeigt ist, muß diesem Effekt entgegenwirken.



Abb. 8

Um dies zu sehen, muß man das Diagramm von Abb. 8 in Potenzen von m_0 entwickeln und erhält zur Ordnung $(m_0)^2$ als Endergebnis [5]:

$$\Gamma[m_0] = \frac{1}{4\pi^2} \int \frac{d^4 q}{3\pi} m_0(q) m_0(-q) \left[1 - \left(\frac{3 g_s^2}{4 \pi^2} \right) \frac{1}{1+q^2} \right] \quad (2.94)$$

In dieser Ordnung wird die chiralsymmetrische Lösung $m_0 = 0$ instabil, d.h. $\Gamma[m_0]$ hat am Ursprung ein lokales Maximum, für:

$$g_s^2 / 4 \pi^2 = \alpha_s > \frac{17}{3} \quad (2.95)$$

Offensichtlich muß die starke Kopplungskonstante α_s einen kritischen Wert $\alpha_{krit} \sim 17/3$ übersteigen, um chirale Symmetriebrechung zu induzieren.

Da die Kopplungskonstante α_s eine skalenabhängige Größe ist, kann Gl.(2.95) mittels der Renormierungsgruppen-Gleichung (2.19) dazu benutzt werden, die Skala μ_D der chiralen Symmetriebrechung, d.h. die Größe des Quark-Antiquark-Kondensats oder die Größe der dynamischen Quarkmasse m_D zu bestimmen: $\alpha(\mu_D) = \alpha_{krit}$.

In diesem perturbativen Bild des Ein-Gluon-Austauschs ist die Skala der chiralen Symmetriebrechung in keiner Weise mit anderen nichtperturbativen Skalen wie Confinementlänge korreliert.

2.2.2.4 Chirale Symmetriebrechung durch Instantonen

Obwohl Instantonen nur den $U(1)_A$ -Teil der chiralen Symmetrie brechen, kann die effektive, 2m fermionen beinhaltende Instantonwechselwirkung von Gl. (2.74) als verallgemeinerte Kontaktwechselwirkung angesehen werden und daher die chirale Symmetriebrechung induzieren. Dies wurde in Ref. [42] betrachtet.

Wir untersuchen den Fall von zwei masselosen Quarkflavors ($m = 2$) für ein Instanton mit fester Größe ρ [43] (der allgemeine Fall mit m masselosen Flavors wurde in Ref. [44] betrachtet). Das Diagramm für die Quark-Selbstenergie ist in Abb. 9 dargestellt.



Abb. 9

Der Wechselwirkungsververtex ist durch die effektive Instanton-induzierte 4-Quark-Wechselwirkung gegeben, die innere Linie ist der volle massive Quarkoperator von Gl.(2.84). Damit erhält man als Gapgleichung:

$$m_0(p^2) = \text{const.} \cdot \left(\frac{8\pi^2}{g_3^2} \right)^4 \exp \left(-\frac{8\pi^2}{g_3^2} \right) \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{m_0(q^2) F(p^2) F(q^2)}{q^2 + m_0^2(q^2)} \quad (2.96)$$

wobei $\text{const.} = 2900$ und $F(p^2)$, $F(q^2)$ zwei Cutoff-Faktoren in der Vertexdefinition sind. Gl.(2.96) besitzt eine nichttriviale Lösung $m_0 \neq 0$ für:

$$0 < \text{const.} \cdot \left(\frac{g_3^2}{8\pi^2} \right)^4 \exp \left(\frac{8\pi^2}{g_3^2} \right) < 1 \quad (2.97)$$

Analog dem vorher besprochenen Fall ist spontane Brechung der chiralen Symmetrie nur für Kopplungskonstanten α_s möglich, die größer als ein kritischer Wert $\alpha_{\text{krit}} \approx 0.50$ sind. Andererseits muß in dieser Approximation α_s und somit die Instantondichte D ($D \sim (8\pi^2/g_3^2)^4 \exp(-8\pi^2/g_3^2)$) klein genug sein, damit die verwendete "Dilute-Gas-Approximation" gültig ist. Erwähnenswert ist in diesem Zusammenhang noch, daß Instantonen die chirale Symmetrie in Übereinstimmung mit dem schon diskutierten $U(1)_A$ -Problem brechen [45].

Schließlich wollen wir wiederum diskutieren, ob das chiralsymmetrische Vakuum durch die Anwesenheit der Instantonen instabil wird [5]. Dazu ersetzen wir im Ausdruck von Gl.(2.90) den Term "2 PI-Diagramme" durch die Instantonbeiträge. Genauer gesagt wollen wir die Beiträge der Instantonen zur Berechnung von $Z[K]$ bei der Ableitung von Gl.(2.90) berücksichtigen. Man erhält in "Dilute-Gas-Approximation" [5]:

$$Z[K] = \exp \left[- \int K m_0 Z_0(m_0) \exp [A_+(m_0) + A_-(m_0)] \right] \quad (2.98)$$

$Z_0(m_0)$ ist durch Störungstheorie gegeben. $A_1(m_0)$ ($A_{-1}(m_0)$) ist die 1-(Anti)-Instanton Übergangswahrscheinlichkeit (s. Anhang A). Wegen der Null-Moden verschwindet $A_1(m_0)$ für $m_0 = 0$. Somit erhält man als effektives Potential Γ :

$$\Gamma[m_0] = \text{kinetische Terme} - [A_1(m_0) + A_{-1}(m_0)] \quad (2.99)$$

Die Instantonen haben negatives Vorzeichen und wirken wiederum den kinetischen Termen entgegen, die die chiralsymmetrischen Lösung stabilisieren. Für genügend große Kopplungskonstanten α_s wird die chiralsymmetrische Lösung instabil, d.h. die chirale Symmetriebrechung setzt ein. Daraus läßt sich wiederum mittels der Renormierungsgruppen-Gleichung die Skala der chiralen Symmetriebrechung berechnen. Diese Skala ist aber im allgemeinen verschieden von der Skala, bei der chirale Symmetriebrechung durch Ein-Gluon-Austausch induziert wird. Welcher Mechanismus von beiden dominiert, ist unklar. Auch eine Überlagerung beider Mechanismen ist denkbar.

3. DYNAMISCHE FERMIONMASSENERZEUGUNG IN QCD MIT HOHEN FARBDARSTELLUNGEN

3.1 Dynamische Symmetriebrechung im Standardmodell und in Technicolor- modellen

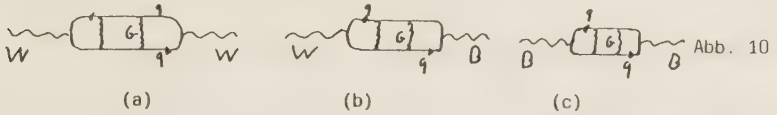
In der Weinberg-Salam-Theorie der elektroschwachen Wechselwirkung wird die Brechung der $SU(2)_L \times U(1)_Y$ -Eichsymmetrie und die Erzeugung der Fermionmassen gemeinsam durch den Higgsmechanismus erklärt. Dieser setzt die Existenz eines fundamentalen skalaren Feldes voraus. Ganz abgesehen vom ästhetisch-subjektiven Empfinden birgt die Existenz eines fundamentalen skalaren Feldes eine wirkliche physikalische Schwierigkeit in sich, die mit den quadratischen Massendivergenzen des skalaren Feldes verbunden ist [9]. Diese Divergenzen verletzen das sogen. Natürlichkeitskonzept [17], das fordert, daß observable Größen der Theorie stabil gegen sehr kleine Änderungen der fundamentalen Parameter sein müssen.

Aus diesem Grund sucht man nach alternativen Mechanismen, die Fermion- und Eichbosonmassen zu erzeugen, Mechanismen, in denen keine elementaren skalaren Teilchen involviert sind, sondern durch zusammengesetzte Felder ersetzt werden.

3.1.1 Dynamische Eichsymmetriebrechung im Standardmodell

Wir betrachten zuerst das Standardmodell $G = SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ der starken und elektroschwachen Wechselwirkung in der in Abschnitt 2 beschriebenen Form mit zwei masselosen u - und d -Quarks, aber ohne die Existenz des skalaren elementaren Higgsfeldes Φ . Die starke Wechselwirkung ist invariant unter der chiralen Flavorsymmetrie $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_V$. Diese Symmetrie ist in der Nambu-Goldstone-Mode realisiert und durch den Ordnungsparameter $\langle \bar{u}u \rangle = \langle \bar{d}d \rangle$ spontan gebrochen. Für nicht verschwindende schwache Kopplungskonstanten g_1 und g_2 ist der $SU(2)_L \times U(1)_Y$ -Teil der Flavorsymmetrie nicht mehr nur eine globale Symmetrie, sondern zur Eichsymmetrie geworden. Somit bricht der Vakuumerwartungswert des zusammengesetzten Feldes $\Phi \sim \bar{u}u \sim \bar{d}d$ die lokale Eichsymmetrie spontan. Wir wollen deshalb das Verhalten der W -, Z - und Photonmassen in dieser Theorie be-

trachten. Wir untersuchen die Wirkung der Quarks und Gluonen auf den W- und B-Propagator. Die relevanten Prozesse sind in Abb. 10 gezeigt.



Betrachten wir zuerst den Prozeß in Abb. 10 a. Die Ein-Teilchen-irreduzible Vakuumpolarisation des W-Feldes läßt sich schreiben als [9]:

$$\Pi_{\mu\nu}^{\alpha\beta} = \delta^{\alpha\beta} \left(\frac{g_1^2}{4} \right)^2 (k^2 g_{\mu\nu} - k_\mu k_\nu) \Pi(k^2) \quad (3.1)$$

Damit ist der W-Propagator gegeben durch:

$$\frac{\delta^{\alpha\beta} (k^2 g_{\mu\nu} - k_\mu k_\nu)}{k^2 \left(1 + g_1^2 \frac{\Pi(k^2)}{4} \right)} \quad (3.2)$$

Die Pionen als masselose Goldstonebosonen der spontanen Symmetriebrechung erzeugen nun als Pol bei $k^2 = 0$ eine Singularität in $\Pi(k^2)$:

$$\Pi(k^2) \approx f_\pi^2 / k^2 \quad (3.3)$$

Deswegen kann das Pion den elementaren Skalar ersetzen und verschiebt die Masse des W-Bosons zu:

$$m_W^2 = \frac{g_1^2}{4} f_\pi^2 \approx (30 \text{ MeV})^2 \quad (3.4)$$

Betrachtet man auch die Diagramme Abb. 10 b und c und diagonalisiert die entstandene W,B Massenmatrix, so erhält man zusätzlich das massive Z-Boson:

$$m_{Z^0}^2 = \frac{1}{4} (g_2^2 + g_1^2) f_\pi^2 \quad (3.5)$$

Das Photon ist masselos geblieben. Somit wird wie im Standardmodell die Eichsymmetrie $SU(2)_L \times U(1)_Y$ dynamisch auf $U(1)_Q$ gebrochen. Die zusammengesetzten Pionen werden von den $W^\pm$ - und Z^0 -Bosonen aufgefressen und bilden die longitudinalen Freiheitsgrade der massiven Vektorbosonen. Da in diesem Beispiel die Isospinsymmetrie $SU(2)_V$ ungebrochen ist, haben alle Pionen die gleiche Zerfallskonstante: $f_{\pi^\pm} = f_{\pi^0}$.

Deswegen garantiert Isospinerhaltung die erfolgreiche Relation

$m_W = m_Z \cos \theta_W (\cos \theta_W = g_2^2/g_1^2 + g_2^2)$. Der einzige, aber wesentliche Unterschied zum Standardmodell der hier erhaltenen W- und Z-Massenmatrix

liegt in der Größe der Vektorbosonmasse von nur etwa 30 MeV. Dies liegt an der relativen Kleinheit der Pionzerfallskonstanten $f_\pi \approx 90 \text{ MeV}$.

3.1.2 Dynamische Massenerzeugung in Technicolormodellen

Um die beobachteten W- und Z-Massen reproduzieren zu können, benötigen wir Pionen mit Zerfallskonstanten $F_\pi \approx 250 \text{ GeV}$. Um dies zu erreichen, betrachtete als erster Susskind [9] eine Theorie, die zusätzlich zu den bekannten Wechselwirkungen noch eine extrem starke Wechselwirkung, die sogen. Technicolor-Wechselwirkung, besitzt. Diese wird analog zur starken Wechselwirkung durch eine nichtabelsche Eichgruppe $SU(n)_{TC}$ mit $\Lambda_{TC} \approx 3000 \cdot \Lambda_{QCD}$ beschrieben:

$$G_{Eich} = SU(n)_{TC} \times SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y.$$

Im einfachsten Modell führt man zwei masselose Techniquarks U und D ein, die sich nach der fundamentalen Darstellung der $SU(n)_{TC}$ transformieren. Die normalen Fermionen sind Singulets unter $SU(n)_{TC}$. Somit besitzt die Technicolor-Wechselwirkung eine chirale $SU(2)_L \times SU(2)_R$ -Symmetrie. Nur die linkshändigen Techniquarks wechselwirken mit den W-Bosonen. Die chirale Techniflavor-Symmetrie ist wiederum durch das Kondensat der Techniquarks spontan gebrochen: $\langle \bar{U}U \rangle = \langle \bar{D}D \rangle \approx \text{const.} \cdot F_\pi^3$. Mit der großen Technicolorskala $\Lambda_{TC} \approx 3000 \cdot \Lambda_{QCD}$ kann man aber nun erwarten, daß die Techni-Pion-Zerfallskonstante F_π 3000 mal größer ist als die Zerfallskonstante der normalen Pionen. Somit werden wie in unserem ersten Beispiel (Abschnitt 3.1.1) W- und Z-Bosonen auf dynamische Art und Weise massiv, ihre Masse hingegen nimmt den phänomenologisch richtigen Wert an.

Bis jetzt haben wir nur die Entstehung der Vektorbosonmassen diskutiert, aber noch keine Erklärung für den Ursprung der Quark- und Leptonmassen angeboten. Damit die Fermionen durch die dynamische Symmetriebrechung, also durch das Techniquark-Kondensat, massiv werden, müssen sie analog der Yukawa-Wechselwirkung des Weinberg-Salam-Modells mit den aus Techni-Pionen zusammengesetzten skalaren Feldern wechselwirken. Diese Wechselwirkung muß die Form einer 4-Fermionwechselwirkung zwischen je zwei normalen Quarks oder Leptonen und zwei Techniquarks besitzen, wie in Abb. 11 dargestellt ist.



Abb. 11

Mit dem Techniquark-Kondensat erhält man dann einen Massenterm für normale Quarks oder Leptonen (s. Abb. 12) der Ordnung:

$$m_{q,l} \approx \mu_{TC}^3 G_{eff} \quad (3.6)$$

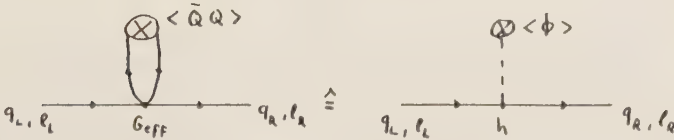


Abb. 12

Die Yukawa-Kopplungskonstante h ist also durch $\mu_{TC}^2 G_{eff}$ ersetzt worden. Eine Möglichkeit, die nichtrenormierbare 4-Fermionwechselwirkung durch eine renormierbarer Eichwechselwirkung zu erzeugen, wurde in den sogen. "Extended-Technicolor"-Modellen (ETC) vorgeschlagen [10]. Die Grundidee ist, daß sich normale Fermionen und Techniquarks in einer gemeinsamen Darstellung einer Eichgruppe, der ETC-Eichgruppe $G_{ETC} \sim SU(n+n')$, befinden. Durch einen hier nicht näher spezifizierten Mechanismus wird bei einer Skala m_{ETC} die Gruppe G_{ETC} spontan auf G_{TC} gebrochen: $SU(n+n')_{ETC} \rightarrow SU(n)_{TC}$. Die dabei massiv werdenden ETC-Eichbosonen V_E ($m_{V_E} \sim m_{ETC}$) können nun Übergänge zwischen Techniquarks und normalen Fermionen vermitteln. Somit ist die effektive 4-Fermionwechselwirkung durch den Austausch eines schweren ETC-Eichbosons gegeben (s. Abb. 13).

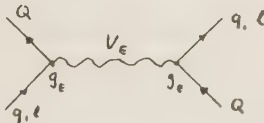


Abb. 13

Das entsprechende Diagramm für die Massen der normalen Quarks und Leptonen ist in Abb. 14 dargestellt.



Abb. 14

Das Kreuz zeigt die Chiralitätsänderung an, die durch das Techniquark-Kondensat $\langle \bar{Q} Q \rangle \sim \mu_{TC}^3 \sim (1 \text{ TeV})^3$ erzeugt wird. Wenn die Schleifenimpulse q^2 sehr viel größer als μ_{TC}^2 werden, verschwindet letztere. Deshalb kann die μ_{TC} -Skala als cutoff betrachtet werden, der das Diagramm in Abb. 14 endlich macht. Mit $m_{ETC} \gg \mu_{TC}$ findet man [10]:

$$m_{q,l} = \frac{g_E^2}{8\pi^2} \frac{1}{m_{ETC}^2} \int_0^{\mu_{TC}} \frac{d^4 q}{q^2 + \mu_{TC}^2} \cdot \mu_{TC} \sim \frac{g_E^2}{8\pi^2} \frac{\mu_{TC}^3}{m_{ETC}^2} \quad (3.7)$$

Man erhält z.B. für $\mu_{TC} \approx 1 \text{ TeV}$, $m_{ETC} \approx 100 \text{ TeV}$ und $g_E^2/8\pi^2 \approx 1$, daß $m_{q,l} \approx 100 \text{ MeV}$ ist.

In realistischen ETC-Modellen für mehrere Familien von Quarks und Leptonen ergeben sich jedoch Schwierigkeiten, die diesen Mechanismus der Fermion-massenerzeugung nahezu ausschließen. [11]. Der wichtigste Einwand ist, daß die schweren ETC-Eichbosonen nicht nur für Quark- und Leptonmassen verantwortlich sind, sondern auch Beiträge zu "flavor" ändernden neutralen Strömen erzeugen, die weit über den erlaubten Grenzen liegen. Abb. 15 zeigt ein derartiges Diagramm für die $K_0-\bar{K}_0$ -Mischung.



Abb. 15

Schließlich kann man noch vom ästhetischen Gesichtspunkt gegen die ETC-Theorie einwenden, daß die Einführung einer neuen Wechselwirkung zur dynamischen Symmetriebrechung unbefriedigend ist. Auch können in diesem Rahmen Fragen nicht beantwortet werden, warum Quarks schwerer als Leptonen sind und woher die Massendifferenzen innerhalb der einzelnen Familien kommen. Deswegen wollen wir im nächsten Abschnitt die Möglichkeit besprechen, daß QCD-Effekte allein zur dynamischen Symmetriebrechung ausreichen.

3.2 Dynamische Eichsymmetriebrechung durch hohe Farbkondensate

3.2.1 Casimir-Scaling in QCD mit hohen Farbdarstellungen

Hier wollen wir einem anderen Vorschlag [46] für dynamische Symmetriebrechung folgen, dessen Grundlage die QCD-Wechselwirkung mit zusätzlichen Fermionen ist. Diese Fermionen - wir wollen sie in Zukunft mit "Echoquarks" bezeichnen - transformieren sich unter den $SU(3)_C$ -Transformationen wie Darstellungen höher als 3 oder $\bar{3}$. Chirale Symmetriebrechung im Echoquarksektor kann bei sehr viel höheren Massenskalen als bei normaler chiraler Symmetriebrechung erfolgen und könnte auf diese Weise die dynamische $SU(2)_L \times U(1)_Y$ -Eichsymmetriebrechung verursachen.

Wir betrachten eine $SU(3)_C$ -Theorie mit zusätzlichen masselosen Echoquarks Q_R in Darstellungen $R > 3$. Somit besitzt die QCD Lagrangian für jeden Fermionsektor in der R -Darstellung eine separate chirale Symmetrie (bei Vernachlässigung der axialen $U(1)_A$ -Symmetrien):

$$G_R = SU(m_R)_L \times SU(m_R)_R \times U(1)_V \quad (3.8)$$

wobei m_R die Zahl der Echoquarks in der R -Darstellung angibt ($R=6,8,10,15,\dots$). Wir nehmen an, daß bei bestimmten Energieskalen μ_R die Farbkraft stark genug wird, um Fermion-Antifermion-Kondensate zu bilden. Diese brechen die globale Symmetrie G_R auf die Vektorsymmetrie $SU(m_R)_V$. Dabei entstehen $m_R^2 - 1$ masselose Goldstonebosonen mit Zerfallskonstante $F_{\parallel R}$ ($\mu_R = 2F_{\parallel R}$) die aus Echoquarks und Echoantiquarks bestehen. Gleichzeitig bekommen Echoquarks Q_R gemäß der Diskussion in Abschnitt 2 eine dynamische Masse von der Ordnung μ_R . Man erhält also ein Spektrum von masselosen Goldstonebosonen sowie Vektormesonen und Baryonen mit Masse der Ordnung μ_R , die aus schweren Echoquarks Q_R bestehen.

Schaltet man nun die $SU(2)_L \times U(1)_Y$ -Wechselwirkung an, so werden wie in Abschnitt 3.1.1 beschrieben $W^\pm$ und Z^0 massiv, indem sie drei der Goldstonebosonen absorbieren. Die Eichsymmetrie wird somit durch die QCD-Dynamik auf $U(1)_Q$ gebrochen. Die Massen der $W^\pm$ - und Z^0 -Bosonen sind in Analogie zum Technicolor-Szenario gegeben durch:

$$m_{W^\pm}^2 \approx \frac{1}{2} g_2^2 f_{\pi^\pm R, \text{Max}}^2 \quad (3.9)$$

$$m_{Z^0}^2 \approx \frac{1}{4} (g_1^2 + g_2^2) f_{\pi^0 R, \text{Max}}^2$$

Dabei nehmen wir an, daß $\mu_{R, \text{Max}} \gg \mu_R (R \neq R_{\text{Max}})$. Bei erhaltener Isospinsymmetrie, d.h. $SU(2)_L \times SU(2)_R$ ist eine Untergruppe von $SU(m_{R, \text{Max}})_L \times SU(m_{R, \text{Max}})_R$, ist $F_{\pi^0 R, \text{Max}} = F_{\pi^\pm R, \text{Max}}$, und die Relation $m_W = m_Z \cos \Theta_W$ ist erfüllt.

Was ist nun die dynamische Ursache dafür, daß chirale Symmetriebrechung im Echoquarksektor bei sehr viel höheren Energien stattfinden kann als im Tripletsektor, daß also $F_{\parallel R, \text{Max}} \approx 250 \text{ GeV}$ oder äquivalent $\mu_{R, \text{Max}} \approx 500 \text{ GeV}$ ist? Um diese hohen Skalen zu erreichen, hat Marciano [12] angenommen, daß die chirale Symmetriebrechung hauptsächlich durch das Ein-Gluon-Austauschbild (Abschnitt 2.2.2.3) beschrieben wird. Um Gl.(2.95), die uns die Skala der chiralen Symmetriebrechung liefert, auf allgemeine Farbdarstellungen R zu verallgemeinern, muß die starke Kopplungskonstante α_s durch

$C_2(R)\alpha_s$ ($C_2(R)$ ist die quadratische Casimirinvariante der R-Darstellung) ersetzt werden, da der effektive Farbfluß proportional zur Farbladung $C_2(R)$ des jeweiligen Echoquarks Q_R ist. Somit wird chirale Symmetriebrechung durch den Ein-Gluon-Austausch induziert für:

$$C_2(R)\alpha_s(\mu_R) \geq \text{const.} \approx \pi/3 \quad (3.10)$$

Wichtig ist, daß diese Konstante für jeden Sektor R gleich ist. Nun können wir die Renormierungsgruppen-Gleichung

$$\mu \frac{\partial}{\partial \mu} \alpha_s(\mu) = -b \alpha_s^2 + O(\alpha_s^3) \quad (3.11)$$

aufintegrieren und erhalten:

$$\frac{\mu_R}{\mu_3} = \exp \left[\int_{\alpha_s(\mu_3)}^{C_2(R)/C_2(3) \cdot \alpha_s(\mu_3)} - \frac{d\alpha_s}{b \cdot \alpha_s} \right] \quad (3.12)$$

Dieses Verhältnis kann berechnet werden, wenn man annimmt, daß α_s klein genug ist, so daß es genügt, nur den ersten Term der b-Funktion

$$b = (11 - 2/3 m_3) - 10/3 m_6 - 4 m_8 - 10 m_{10} - \dots \quad (3.13)$$

zu betrachten. Man erhält mit $m_3 = 6$ unter Vernachlässigung des Echoquarksektors:

$$\frac{\mu_R}{\mu_3} \approx \exp \left[\frac{2\pi}{7 \alpha_s(\mu_3)} \left(\frac{C_2(R)}{C_2(3)} - 1 \right) \right] \quad (3.14)$$

Wie man sieht, hängt μ_R/μ_3 exponentiell von $C_2(R)/C_2(3)$ ab, es ergibt sich also eine exponentielle Hierarchie der chiralen Symmetriebrechungs-Skalen - das sogen. "Casimir-Scaling" - wobei $\mu_R \approx 500$ GeV schon für die Sextettdarstellung ($R = 6$) erreicht werden kann.* In der Tabelle von Anhang B sind für verschiedene Werte von $\alpha_s(\mu_3)$ die Kondensationsskalen μ_R bis $R = 64$ ausgerechnet. Abb. 16 zeigt den Ursprung der exponentiellen Skalenhierarchie anhand des Verlaufs der impulsabhängigen Kopplungskonstanten α_s .

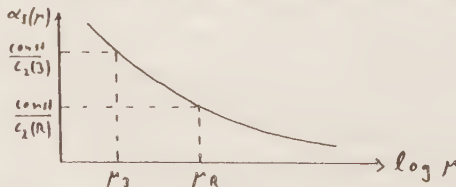


Abb. 16

* Die Casimir-Scalinghypothese fand kürzlich Unterstützung durch QCD-Berechnung mit höheren Fermiondarstellungen in endlicher Box [47].

Diese Resultate sind, wie wir gesehen haben, davon abhängig gewesen, daß wir die Beiträge der hohen Farbdarstellungen in der β -Funktion (Gl.(3.13)) vernachlässigt haben. Dieses ist qualitativ gerechtfertigt, wenn die höheren Darstellungen asymptotische Freiheit nicht zerstören. Von Gl.(3.13) können wir ableiten, daß mit $m_3 = 6$ nur ein Dublett von Sextetts eingeführt werden darf, ohne asymptotische Freiheit zu verlieren*. Jede höhere Darstellung würde die asymptotische Freiheit zerstören, so daß das Resultat von Gl.(3.14) der exponentiellen Skalenhierarchie in dem Rahmen dieser Argumentation keine Gültigkeit mehr besäße. Der erste und einfachste Ausweg in Modellen mit Echoquarkdarstellungen $R > 6$ besteht darin, auf asymptotische Freiheit und gleichzeitig auf das perturbative Argument des Ein-Gluon-Austauschs zu verzichten und anzunehmen, daß die höheren Darstellungen bei Energien wie 250 GeV kondensieren, da die Anziehung stärker als im normalen Quarksektor ist. Eine bessere und befriedigendere Lösung ist aber die Möglichkeit, daß asymptotische Freiheit bei höheren Energien wiederhergestellt wird. Das kann dadurch realisiert werden, daß QCD mit hohen Farbdarstellungen in eine größere Gruppe eingebettet ist, die ihrerseits nun asymptotisch frei ist. Modelle von solcher Art werden wir im Rahmen der Fermionmassenerzeugung andeuten. Dann besteht auch die Möglichkeit, daß eine zugrunde liegende Preontheorie existiert, die wiederum asymptotisch frei ist. Quarks und Echoquarks können dadurch entstehen, daß die Preonen, die farbige Objekte sind, die Möglichkeit besitzen, sowohl in Tripletzustände als auch in hohe Farbzustände zu binden (s. Abschnitt 3.3.1). In beiden Fällen ist es wesentlich, daß die Theorie für Energien größer als eine bestimmte Skala Λ derartig verändert ist, daß sie wiederum asymptotisch frei ist. Für Energien zwischen $2\mu_R$ und Λ kann asymptotische Freiheit verloren sein, wobei $2\mu_R$ die Schwellenenergie ist, um ein Echoquark-Echoantiquarkpaar zu produzieren (s. auch Ref.[49]). Für $\mu < 2\mu_R$ ist α_s asymptotisch frei und erreicht bei μ_R den zur Kondensation kritischen Wert $\alpha_{krit} = \text{const}/C_2(R)$. Wichtig ist jedoch, daß $\alpha_s(\Lambda)$ kleiner als $\alpha_s(\mu_R)$ ist; andernfalls würde dieser Mechanismus in der beschriebenen Art nicht funktionieren. Der Verlauf von α_s ist in Abb. 17 dargestellt.

* In diesem Fall enthält die β -Funktion in Ordnung g^5 einen Fixpunkt, der aber nach der dynamischen Massenerzeugung wieder verschwindet [48].

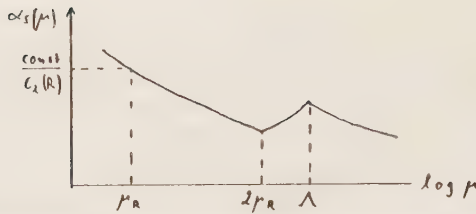


Abb. 17

Zusätzlich besteht in Preonmodellen die Möglichkeit, daß exotische farbige Vektorteilchen gebildet werden [50], die in der β -Funktion derartig beitragen, daß QCD selbst in der Gegenwart hoher Farbdarstellungen asymptotisch frei ist.

3.2.2 Abweichung von "Casimir-scaling"- Abschirmfaktoren

Wenn das Casimir-Scalingverhalten wirklich in der im letzten Abschnitt beschriebenen Form realisiert wäre, würde für Echoquarks mit $R = 10$ die chirale Symmetriebrechung bei Energien von der Ordnung 10^{15} GeV stattfinden, während für $R = 15$ oder $R = 20$ die vorhergesagten Skalen die Planck-Skala übertreffen würde. Wir meinen deshalb, daß man nicht mit dem vollen "Casimir-scaling" arbeiten kann, sondern daß es sinnvoll ist, eine Art von Abschirmung des "Casimir-scalings" einzuführen, die mit steigender Dimension der Echoquarkdarstellung zunimmt [51].

Dieses wird auch nahegelegt, wenn wir eine andere dynamische Ursache für die chirale Symmetriebrechung betrachten, nämlich die durch Instantonen induzierte von Abschnitt 2.2.2.4. Wie besprochen erzeugen Instantonen eine Instabilität der chiralsymmetrischen Lösung im effektiven Potential für Kopplungskonstanten α_s , die einen kritischen Wert übersteigen. Im Gegensatz zum Ein-Gluon Austausch wird aber hier die Kopplungskonstante beim Übergang zu höheren Fermiondarstellungen nicht durch $C_2(R)\alpha_s$ ersetzt, sondern bleibt in gleicher Form bestehen. Der Unterschied zwischen den einzelnen Darstellungen liegt hier nur in der Zahl der Nullmoden der effektiven instantoninduzierten Fermionwechselwirkung, was aber den kritischen symmetriebrechenden Wert der Kopplungskonstanten nicht beeinflußt. Dieses Verhalten wurde von Carneiro und McDougall [52] bestätigt, die die Impulsabhängigkeit der durch Instantonen induzierten dynamischen Massen von Fermionen in verschiedenen $SU(2)$ -Darstellungen betrachteten. Somit erhalten

wir in diesem Fall anstelle von Gl. (3.10) folgende Bedingung zur chiralen Symmetriebrechung:

$$\alpha_s(\mu_R) \geq \text{const.} \quad (3.15)$$

Diese Gleichung bedeutet, daß jede Fermiondarstellung bei einer universellen Skala μ kondensiert.

Deswegen wollen wir als Mittelweg das reine Casimirscaling abschwächen und einen Abschirmfaktor $f(R)$ ($f(R) < 1$) einführen [51], der die Skala der chiralen Symmetriebrechung für jede Darstellung R bestimmt:

$$f^2(R) C_2(R) \alpha_s(\mu_R) \geq \text{const.} \quad (3.16)$$

Man kann diesen Abschirmfaktor auch so verstehen, daß Echoquarkdarstellungen R' mit $R' < R$ die Farbladung der Darstellung R abschirmen. In Abwesenheit detaillierter dynamischer Kenntnisse nehmen wir an, daß $f(R)$ mit steigendem R abnimmt. In der Tabelle von Anhang B sind diejenigen Abschirmfaktoren $f(R)$ angegeben, die benötigt werden, daß μ_R gerade den Wert 500 GeV annimmt.

Wir wollen an dieser Stelle betonen, daß die Abschirmfaktoren keine freien Parameter der Theorie sind, sondern dynamisch bestimmte Größen, die man im Prinzip durch dynamische Betrachtungen wie Gitterrechnungen gewinnen kann. In den noch folgenden Modellen sind sie gewissermaßen unsere dynamischen Vorhersagen der betrachteten Modelle.

3,2,3 "Casimir-scaling" auf dem Gitter

Die Resultate des "Casimir-scaling" basieren, wie wir gesehen haben, auf Annahmen, die wahrscheinlich die chirale Symmetriebrechung in stark vereinfachter Form beschreiben. In kürzlichen Monte-Carlo-Betrachtungen der chiralen Symmetriebrechung auf dem Gitter wurde jedoch das "Casimir-scaling" in gewissen Grenzen bestätigt*.

Die ersten Ergebnisse wurden mit Monte-Carlo-Rechnungen in $SU(2)$ -Gittereichtheorien mit endlicher Temperatur gewonnen [53]. Die Fermionen wurden dabei in der sogen. "quenched approximation" behandelt. Das bedeutet, daß

* Analytische Gitterrechnungen in großer Kopplungskonstantenentwicklung konnten das "Casimirscaling" nicht reproduzieren [55].

die Fermiondeterminante im Funktionalintegral gleich 1 gesetzt wird, so daß interne Fermion-loops bei der Berechnung des Pfadintegrals vernachlässigt werden. Bei dieser Methode steht die endliche Temperatur T_X , bei der die chirale Symmetrie restauriert wird, mit der inversen Ausdehnung der Fermionen, die das Kondensat bilden, in Relation und ist deshalb direkt vergleichbar mit der chiralen Symmetriebrechungsskala μ_R bei verschwindender Temperatur. Deswegen kann man, indem man die Restaurierungstemperaturen $T_X(R)$ vergleicht, sehen, ob eine Hierarchie zwischen den Skalen besteht. Kogut et al. [54] fanden in SU(2)-Gittereichtheorien folgende Werte, die die "Casimir-scaling"-Hypothese unterstützten:

$$\frac{T_X(5)}{T_X(4)} = 10^{3.4 \pm 0.4}, \quad \frac{T_X(4)}{T_X(3)} = 10^{1.7 \pm 0.3}, \quad \frac{T_X(3)}{T_X(2)} = 8.6 \pm 4.5 \quad (3.17)$$

Für die Größe der Kopplungskonstante g_{mom}^2 bei der für die Symmetriebrechung charakteristischen Skala fanden sie:

$$\begin{aligned} C_2 g_{\text{mom}}^2 / 4\pi &\approx 1.19 & R = 2 \\ C_2 g_{\text{mom}}^2 / 4\pi &\approx 0.59 & R = 3 \\ C_2 g_{\text{mom}}^2 / 4\pi &= 0.34 \pm 0.02 & R = 4 \\ C_2 g_{\text{mom}}^2 / 4\pi &= 0.30 \pm 0.02 & R = 5 \end{aligned} \quad (3.18)$$

Die beiden letzten Werte sind nahe genug beieinander, um mit der "Casimir-scaling"-Hypothese konsistent zu sein. Andererseits sind diese Werte ein Hinweis darauf, daß Abschirmung stattfindet. Der Unterschied ist für die niedrigen Darstellungen groß und nimmt für die höheren Darstellungen ab.

Anschließend machten Kogut et al. [56] Monte-Carlo-Berechnungen in SU(2)-Gittereichtheorie bei $T = 0$, um direkt die Skalen der chiralen Symmetriebrechung zu bestimmen. Sie erhielten:

$$\mu_3 / \mu_2 = 6.6 \pm 1.0 \quad (3.19)$$

Dieses Resultat ist konsistent mit dem von Gl.(3.17).

Schließlich untersuchten Kogut et al. [57] chirale Symmetriebrechung in SU(3)-Gittereichtheorie mit Oktett- und Sextettquarks bei endlicher Temperatur. Sie erhielten für die chirale Symmetrie Restaurationstemperaturen $T_X(8)$ und $T_X(6)$:

$$T_X(8) / T_X(3) = 7.5 \pm 1.5, \quad T_X(6) / T_X(3) = 12.0 \pm 2.5 \quad (3.20)$$

Dieses Resultat ist wiederum ein Hinweis auf "Casimir-scaling", da $C_2(6) = 10/3$ größer als $C_2(8) = 3$ ist. Die Kopplungskonstanten haben bei diesen

Skalen folgende Werte:

$$\begin{aligned} C_2 g_{\text{mom}}^2 / 4\pi &= 0.56 & R &= 8 \\ C_2 g_{\text{mom}}^2 / 4\pi &= 0.54 & R &= 6 \end{aligned} \quad (3.21)$$

Diese Werte liegen relativ nahe beieinander, zeigen jedoch wiederum eine Abschirmtendenz zu höheren Darstellungen hin.

Zusammenfassend können wir feststellen, daß die "Casimir-scaling"-Hypothese zusammen mit den von uns eingeführten Abschirmfaktoren durch Gitterberechnungen zur chiralen Symmetriebrechung mit höheren Fermiondarstellungen qualitativ reproduziert wird. Offen ist noch die Frage, in wieweit die Behandlung der Fermionen in der "quenched approximation" die Ergebnisse in falscher Weise beeinflusst hat. Weitere Gitterrechnungen mit dynamischen Fermionen sollten die Ergebnisse bestätigen, um sichere Aussagen über die entsprechenden Skalen zu erhalten.

3.3 Dynamische Fermionmassenerzeugung und Cabibbo-Mischung durch hohe Farbdarstellungen

In diesem Abschnitt wollen wir die Möglichkeiten diskutieren, wie die Kondensate der Echoquarks in hohen Farbdarstellungen neben der dynamischen Brechung der $SU(2)_L \times U(1)_Y$ -Eichsymmetrie auch gleichzeitig für die dynamische Erzeugung der Quark- und Leptonmassen verantwortlich sein können.

Analog zu den erwähnten ETC-Modellen ist das Grundprinzip hierbei, daß Quarks bzw. Leptonen durch eine 4-Fermion-Wechselwirkung mit den Echoquarks verbunden sind und deshalb an der dynamischen Masse der Echoquarks teilhaben (s. Abb. 18).

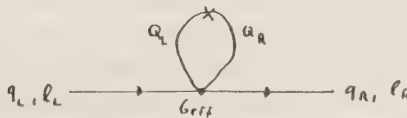


Abb. 18

4-Fermion-Wechselwirkungen solcher Art treten in Modellen von zusammengesetzten Quarks und Leptonen als residuelle Restwechselwirkungen in natürlicher Art und Weise auf. Ebenso erhalten wir diese, wenn normale Fermionen und Echoquarks in einer größeren Gruppe vereinigt werden, die spontan zur Eichgruppe des Standardmodells gebrochen wird, so daß Übergänge

zwischen Echoquarks und normalen Fermionen induziert werden können. Wir wollen diese beiden Möglichkeiten im folgenden genauer besprechen.

3.3.1 Residuelle Fermionwechselwirkungen in Subquarkmodellen

Die Betrachtungen in diesem Kapitel sind eigentlich ein Vorgriff auf den nächsten Hauptabschnitt 4, in dem wir Quarks und Leptonen als zusammengesetzte Teilchen betrachten werden. Wir bringen die folgende kürzere Diskussion trotzdem an dieser Stelle, da die hier besprochene Massenerzeugung durch Echoquarkkondensate von der in Abschnitt 4 besprochenen Massenerzeugung durch gluonische und photonische Strahlungskorrekturen substantiell verschieden ist.

Im Zusammenhang mit Compositeness von Quarks und Leptonen ist die Idee des "Casimir-scalings" sehr attraktiv, da Echoquarks in natürlicher Weise in vielen Subquarkmodellen auftreten (s. z.B. [58]).

Wir nehmen an, daß Quarks und Leptonen aus masselosen Preonen zusammengesetzt sind, die durch die sogen. Hypercolor-Wechselwirkung $SU(n)_{HC}$ mit $\Lambda_{HC} \gg \Lambda_{QCD}$ gebunden werden. Für $g_3, g_2, g_1 = 0$ erzeugen die Preonen eine globale chirale Flavorsymmetrie G_{HF} , die als Untergruppe die Eichsymmetrie des Standardmodells enthalten muß. Bei Λ_{HC} werden $SU(n)_{HC}$ Singulettfermionen, die irreduzible Darstellungen unter G_{HF} formen, gebildet. Diese enthalten die bekannten Quarks und Leptonen und auch die Echoquarks in höheren Farbdarstellungen. Um die Kleinheit der Fermionmassen gegenüber Λ_{HC} erklären zu können, müssen Quarks, Leptonen und Echoquarks die sogen. t'Hooft-Bedingungen [17] erfüllen, d.h. die Anomalien der Preonen bezüglich G_{HF} reproduzieren. Wir betonen, daß Leptonen, Quarks, aber auch Echoquarks auf dieser Stufe entartet und masselos sind, da sie sich nur durch ihre Farbeigenschaften, die bei Λ_{HC} vernachlässigbar sind, unterscheiden.

Bei μ_R können nun die Echoquarks kondensieren und sowohl die $SU(2)_L$ -Eichsymmetrie spontan brechen als auch die beobachteten Quark- und Leptonmassen induzieren. Die dazu nötige 4-Fermion-Wechselwirkung existiert in diesen Modellen als effektive residuelle Hypercolor-Wechselwirkung. Man kann sie als Austausch eines schweren Teilchens mit Masse $\sim \Lambda_{HC}$ interpretieren. Man muß aber betonen, daß diese effektive Wechselwirkung

G_{HF} -invariant sein muß. Andernfalls existiert die Kopplung nicht. Die auf diese Weise entstehenden Fermionmassen sind von der Größenordnung:

$$m_{q,\ell} \approx \mu^3_R / \Lambda^2 \text{ HC} \quad (3.22)$$

Zum Schluß dieses Abschnitts wollen wir diese Ideen kurz in einem expliziten Subquarkmodell diskutieren, das eine Familie von Quarks und Leptonen beschreibt. Wir betrachten eines der Fermion-Boson-Modelle [59], in denen Quarks und insbesondere Leptonen farbige Konstituenten - hier sogen. Haplonen - besitzen. Hier gibt es folgende fermionische (α, β) und skalare (x, y) Haplonen, die sich unter der Eichsymmetrie $SU(n)_{\text{HC}} \times SU(3)_C \times U(1)_Q$ wie folgt transformieren (s. auch Abschnitt 4.2.1.2 c):

$$\begin{aligned} \alpha &= (n, 3, 1/2) \quad , \quad x = (\bar{n}, 1, 1/6) \\ \beta &= (n, 3, -1/2) \quad , \quad y = (\bar{n}, \bar{3}, -1/2) \end{aligned} \quad (3.23)$$

Diese Teilchen erzeugen für $g_3, g_1 = 0$ folgende chirale "Hyperflavor"-Symmetrie:

$$G_{\text{HF}} = SU(2)_L^{\alpha, \beta} \times SU(2)_R^{\alpha, \beta} \times U(1)_V \times SU(4)^{x, y} \quad (3.24)$$

Bei Λ_{HC} bilden sich nun fermionische Bindungszustände, die "Hypercolor"-Singulett sind und die t'Hooft-Bedingung [17] erfüllen. Explizit erhält man Farbtuplett-Quarks $u = \alpha x$ und $d = \beta x$, Farbsingulett-Leptonen $v = \alpha y$ und $e^- = \beta y$, aber auch Farboktett-Echoquarks $Q_u = \alpha y$ und $Q_d = \beta y$. Diese Echoquarks können bei Energien um 500 GeV kondensieren und so die Eichsymmetrie der elektroschwachen Wechselwirkung dynamisch brechen. Zusätzlich erhält man skalare sowie vektorielle "Hypercolor"-Singulett-Bindungszustände V , die aus einem skalaren Haplon x, y und einem skalaren Antihaplon $\bar{x}, \bar{y}$ bestehen. Diese bilden ein 15-plet unter $SU(4)^{x, y}$, was unter $SU(3)_C$ wie $8+3+\bar{3}+1$ zerfällt. Diese Teilchen V können nun Echoquarks mit normalen Quarks bzw. Leptonen verbinden, so daß deren Austausch die Ursache der für die Quark- und Leptonmassen notwendigen residuellen 4-Fermionwechselwirkung ist. Genauer betrachtet werden Quarks durch das Tripletteilchen $V_3 \sim x\bar{y}$ mit den Echoquarks Q verbunden, Leptonen durch das Oktettteilchen $V_8 \sim y\bar{y}$. Die entsprechenden Massendiagramme sind in Abb.19 gezeigt.

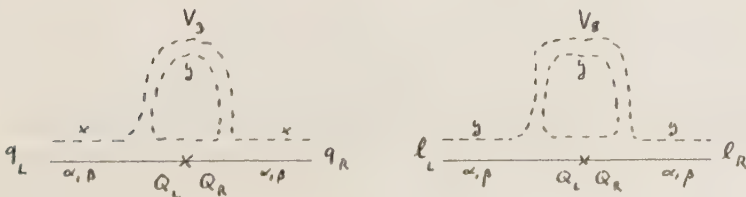


Abb. 19

Man erhält damit folgende Massen für Quarks und Leptonen:

$$m_q \sim \mu_8^3/m_3^2, \quad m_l \sim \mu_8^3/m_8^2 \quad (3.25)$$

Da das Oktett-Vektorteilchen V_8 die richtigen Quantenzahlen besitzt, um mit dem Gluon zu mischen [59], kann man erwarten, daß seine Masse größer als die des Triplett-Teilchens V_3 ist. In diesem Zusammenhang ist es also erklärbar, warum Quarks schwerer als Leptonen sind.

3.3.2 Vereinigung von Quarks, Leptonen und Echoquarks in eine größere Eichgruppe

3.3.2.1 Einfache Gruppen - SU(4)

Wir wollen nun Modelle betrachten, in denen die QCD-Wechselwirkung so vergrößert wird, daß Quarks und Echoquarks bzw. Leptonen und Echoquarks in einer gemeinsamen Darstellung der vergrößerten Gruppe auftreten. Ein charakteristisches Kennzeichen von Modellen, in denen $SU(3)_C$ zu einer einfachen Gruppe vergrößert wird, ist, daß Quarks und Leptonen in einer gemeinsamen Darstellung erscheinen. Dies stellt in gewissem Sinne eine Vereinheitlichung von Quarks und Leptonen dar. Trotzdem gewährleisten die hier besprochenen Modelle im Gegensatz zur SU(5)-Vereinigung [60] die Protonstabilität, da die Eichgruppe der schwachen Wechselwirkung $SU(2)_L \times U(1)_Y$ hier gar nicht berührt wird.

Als einfachstes Beispiel betrachten wir ein Modell, das auf der starken Wechselwirkung $G_s = SU(4)_s$ beruht [51][61]. Die vollständige Eichsymmetrie des Modells ist gegeben durch:

$$G = SU(4)_s \times SU(2)_L \times U(1)_Y \quad (3.26)$$

Die elementaren Fermionen des Modells haben folgende Transformationseigenschaften unter G:

$$\begin{pmatrix} H_u \\ H_d \end{pmatrix}_L = (10, 2, 1/2) \quad ; \quad \begin{matrix} H_{uR} = (10, 1, 1) \\ H_{dR} = (10, 1, 0) \end{matrix} \quad (3.27)$$

Als nächstes wird $SU(4)_s$ durch einen Mechanismus, der hier nicht näher spezifiziert werden soll, spontan auf $SU(3)_C$ gebrochen. Wir definieren

dabei den $U(1)_Q$ -Ladungsoperator wie folgt:

$$Q = U_4(1) + T_{3L} + U(1) \quad (3.28)$$

wobei $U_4(1) = \sqrt{2/3} T_{15}$, ($\text{Tr } T_{15}^2 = 1/2$) ist.

Unter $SU(3)_C$ transformiert sich das 10-plett wie $\underline{10} = \underline{1} + \underline{3} + \underline{6}$. Wir können das Triplet mit einem Quark, das Singulett mit einem Lepton und das Sextett mit einem Echoquark identifizieren. Quarks und Leptonen erscheinen in einer gemeinsamen $SU(4)$ -Darstellung vereinheitlicht.

Gemäß der Diskussion von Abschnitt 3.2 erwarten wir, daß chirale Symmetriebrechung im Sextett-Sektor bei so großen Energien stattfindet, daß $SU(2)_L \times U(1)_Y$ spontan auf $U(1)_Q$ gebrochen wird, indem W- und Z-Bosonen Masse der phänomenologisch richtigen Größenordnung bekommen.

Die 15 Eichbosonen von $SU(4)_S$ transformieren sich unter $SU(3)_C$ wie $\underline{15} = \underline{1} + \underline{3} + \bar{\underline{3}} + \underline{8}$. Das 8-plett ist mit dem masselosen $SU(3)_C$ -Gluon identisch, während die anderen Eichbosonen Masse erhalten, wenn $SU(4)$ nach $SU(3)$ gebrochen wird. Die schweren Vektorbosonen V_3 können nun Singulett- mit Triplettfermionen und Triplet- mit Sextettfermionen verbinden. Deswegen erhalten Quarks und Leptonen durch die chirale Symmetriebrechung der Sextetts Masse, wie in Abb. 20 gezeigt ist.



Abb. 20

Leptonen erhalten Masse durch den Austausch von zwei schweren Eichbosonen, da sie nicht direkt an die Sextetts gekoppelt sind. Deswegen ist zu verstehen, daß ihre Masse kleiner als die der Quarks ist. Explizit erhält man:*

$$m_l \approx \frac{g_{\alpha} c_1(6) \mu_6^3}{4\pi m_{V_3}^2} \ln \left(\frac{m_{V_3}^2}{(3 c_1(6))^{1/3} \mu_6^2} \right) ; m_q \approx \frac{\alpha_s}{\pi} m_l \quad (3.29)$$

wobei m_{V_3} die Masse des ausgetauschten Vektorbosons ist.

* Mit dieser Wahl der Fermionardarstellung (Gl.(3.27)) erhält man Relationen zwischen den Massen von Neutrinos und u-Quarks bzw. von geladenen Leptonen und d-Quarks. Eine Relation, die $m_t = 70$ GeV vorhersagt, wie in Ref. [61] gefunden, ist nicht möglich.

An dieser Stelle wollen wir bemerken, daß durch den Austausch dieser schweren Vektorbosonen keine die Baryonenzahl verletzenden Prozesse wie Protonenzerfall induziert werden können. Die Baryonenzahl ist in diesem Modell global erhalten. Jedoch seltene Prozesse wie $K \rightarrow \mu e$ können verursacht werden. Deswegen sollten die Vektorbosonen schweren als einige 100 TeV sein.

Das eben eingeführte Modell beschreibt eine Familie von entarteten u- und d-Quarks bzw. entarteten Elektron und Neutrino. Wir wollen uns deswegen fragen, wie wir dieses Modell modifizieren können, damit es eine Massenaufspaltung zwischen u- und d-Quarks bzw. zwischen Neutrino und Elektron beinhaltet. Dazu werden wir verschiedene Darstellungen von $SU(4)_S$ einführen, die verschiedene Echoquarkdarstellungen mit $R > 3$ beinhalten [51]. Die Einführung von höheren Darstellungen zwingt uns in diesem Zusammenhang, die Abschirmhypothese (Abschnitt 3.2.2) zu benutzen. Wir werden annehmen, daß die höchste eingeführte Echoquarkdarstellung für die $SU(2)_L \times U(1)_Y$ -Symmetriebrechung verantwortlich ist.

Wir wollen ein Modell, das wie vorher auf der Eichgruppe $SU(4)_S \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ beruht, mit folgendem Fermioninhalt betrachten:

$$\begin{pmatrix} H_u \\ H_d \end{pmatrix}_L = (\overline{20}'', 2, 1) \quad , \quad \begin{matrix} H_{uR} = (10, 1, 1) \\ H_{dR} = (\overline{20}'', 1, 1/2) \end{matrix} \quad (3.30)$$

Unter $SU(3)_C$ haben das $20''$ -plett bzw. 10 -plett folgende Transformationseigenschaften:

$$\begin{aligned} \overline{20}'' &= 1 + 3 + 6 + 10 \\ 10 &= 1 + 3 + 6 \end{aligned} \quad (3.31)$$

Das Kondensat, das geeignet ist, die richtigen W- und Z-Massen zu liefern, ist das des $SU(3)$ 10 -pletts: $\mu_{10} \approx 500$ GeV. Dies ist äquivalent zu einem Abschirmfaktor $f(10) = 0.3$ ($\alpha_s \approx 0.15$). Da nur das d-Quark bzw. das Elektron an der Kondensation des 10 -pletts teilhaben, das u-Quark bzw. das Neutrino jedoch nur vom 6 -plett Masse bekommen, kann man die Massenaufspaltung zwischen diesen Teilchen verstehen. Explizit erhalten wir:

$$\begin{aligned}
 m_u &\approx \frac{g \alpha_s c_1(6) \mu_6^2}{4 \pi m_{V_3}^2} \ln \left(\frac{m_{V_3}^2}{(3 c_1(6))^{2/3} \mu_6^2} \right) ; \quad m_e \approx \frac{\alpha_s}{\pi} \cdot m_u ; \\
 m_d &\approx m_u + \frac{g \alpha_s c_1(10) \mu_6^2}{4 \pi m_{V_3}^2} \ln \left(\frac{m_{V_3}^2}{(3 c_1(10))^{2/3} \mu_6^2} \right) ; \\
 m_e &\approx \frac{\alpha_s}{\pi} m_d .
 \end{aligned} \tag{3.32}$$

Mit $\alpha_s = 0.1$, $m_{V_3} = 38 \text{ TeV}$ und $\mu_6 = 120 \text{ GeV}$ ($f^2(6) = 0.53$) erhält man $m_u = 4 \text{ MeV}$, $m_d = 15 \text{ MeV}$, $m_{V_e} = 0.1 \text{ MeV}$ und $m_e = 0.5 \text{ MeV}$.

Schließlich wollen wir noch zum Abschluß der SU(4)-Modelle ein Beispiel diskutieren, das zwei Familien von Quarks und Leptonen beinhaltet. Wir führen dazu folgende Fermionen ein: ($G = \text{SU}(4)_S \times \text{SU}(2)_L \times \text{U}(1)_Y$)

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} H_U \\ H_{d/L} \end{pmatrix} &= (10, 2, 1/2) , & H_{UR} &= (4, 1, 1/2) \\
 & & H_{dR} &= (10, 1, 0) \\
 & & & (3.33) \\
 \begin{pmatrix} H_C \\ H_{s/L} \end{pmatrix} &= (20'', 2, 1) , & H_{cR} &= (20'', 1, 3/2) \\
 & & H_{sR} &= (10, 1, 0)
 \end{aligned}$$

In diesem Modell erhält das c-Quark Masse vom SU(3) 10-plet, das s- und d-Quark vom 6-plet, während das u-Quark masselos bleibt. Zusätzlich können d- und s-Quarks miteinander mischen, da das Sextett-Echoquark derart kondensieren kann, daß es sowohl Familienzahl erhält ($\langle \bar{6}_L^d 6_R^d \rangle$, $\langle \bar{6}_L^s 6_R^s \rangle$) als auch derart, daß es Familienzahl verletzt ($\langle \bar{6}_L^d 6_R^s \rangle$, $\langle \bar{6}_L^s 6_R^d \rangle$) (s. Abb. 21).

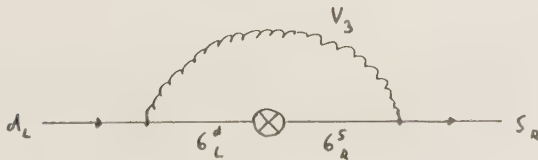


Abb. 21

Deswegen erhalten wir folgende Quark-Massenmatrizen:

$$\begin{aligned}
 & \begin{pmatrix} u & c \end{pmatrix}_R \\
 M_u &= \begin{pmatrix} u \\ c \end{pmatrix}_L \cdot K_1 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + h.c. \\
 & \begin{pmatrix} d & s \end{pmatrix}_R \\
 M_d &= \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}_L \cdot K_2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + h.c. \\
 K_1 &= \frac{3\alpha_s c_1(10) \mu_{10}^2}{4\pi m_{\nu_1}^2} \ln \left(\frac{m_{\nu_1}^2}{(3c_1(10))^{2/3} \mu_{10}^2} \right) \\
 K_2 &= \frac{3\alpha_s c_2(6) \mu_6^2}{4\pi m_{\nu_2}^2} \ln \left(\frac{m_{\nu_2}^2}{(3c_2(6))^{2/3} \mu_6^2} \right)
 \end{aligned} \tag{3.34}$$

Diese Matrizen liefern nach Diagonalisierung mit $m_{\nu_3} = 980 \text{ GeV}$, $\mu_{10} = 500 \text{ GeV}$ und $\mu_6 = 49 \text{ GeV}$ folgende physikalische Masseneigenwerte $m_{u,d} = 0$, $m_s = 150 \text{ MeV}$ und $m_c = 1.4 \text{ GeV}$. Cabibbomischung tritt aber hier nicht auf.

Wir haben diese Modelle präsentiert, um zu zeigen, daß die Klasse der Modelle, in denen die $SU(3)_C$ -Eichgruppe auf $SU(4)$ vergrößert wird, eine Hierarchie zwischen Quark- und Leptonmassenskalen erlaubt. Leider gibt es aber eine Reihe von Problemen in diesen Modellen. Cabibbomischung kann nicht erhalten werden. Mit der asymmetrischen Einführung der Echoquark-multipletts wird die $SU(2)$ -Isospinsymmetrie zerstört, die für die Relation $m_W = \cos^0_W m_Z$ notwendig ist. Weiterhin werden durch diese Asymmetrie nicht verschwindende $SU(4)$ - bzw. $SU(3)$ -Anomalien eingeführt. Wir versuchten deshalb, die Modelle zu erweitern, konnten aber diese Schwierigkeiten nicht überwinden. Wir wollen nun aber eine andere Richtung, die Farbgruppe $SU(3)_C$ zu vergrößern, betrachten, in der die erwähnten Schwierigkeiten überwunden werden können.

3.3.2.2 Halbeinfache Gruppen - $SU(3) \times SU(3)$ bzw. $SU(3) \times SU(3) \times SU(3)$

Mit der Erfahrung, die wir in den vorigen Beispielen gewonnen haben, wollen wir in diesem Abschnitt versuchen, den gleichen Mechanismus anzuwenden, indem wir QCD zu $G_S = SU(3) \times SU(3)_S$ erweitern [51],[62]. Wie sich herausstellen wird, kann man auf diese Weise eine Hierarchie der Massenska-

len erreichen, ohne starke Anomalien einzuführen oder den schwachen Isospin zu verletzen.

Zuerst wollen wir ein Modell [62] betrachten, das auf der Eichgruppe $G = (SU(3) \times SU(3))_S \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ beruht und eine Familie von Quarks und Leptonen beschreibt. Die elementaren Fermionen des Modells haben folgende Transformationseigenschaften unter G :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} H_U \\ H_D \end{pmatrix}_L &= ((\bar{3}, \bar{3}), 2, 1) \quad , \quad H_{UR} = ((\bar{3}, \bar{3}), 1, 4/3) \\ & \quad H_{DR} = ((\bar{3}, \bar{3}), 1, 2/3) \\ \begin{pmatrix} H_\nu \\ H_e \end{pmatrix}_L &= ((3, \bar{3}), 2, 1) \quad , \quad H_{eR} = ((3, \bar{3}), 1, -2) \end{aligned} \quad (3.35)$$

Als nächstes wird die Eichsymmetrie $(SU(3) \times SU(3))_S$ spontan auf die diagonale Untergruppe $SU(3)_C$ gebrochen. Dies kann ohne die Einführung von elementaren Higgsfeldern durch einen dynamischen Mechanismus realisiert werden [63] oder auch im Rahmen von dimensionaler Reduktion [64] auftreten. Wir wollen aber darauf nicht näher eingehen. Nach spontaner Symmetriebrechung von G_S nach $SU(3)_C$ wird eine Linearkombination der Eichbosonen A_μ und B_μ der zwei $SU(3)$ -Gruppen massiv: $V_\mu^- = (A_\mu - B_\mu)/\sqrt{2}$ bildet ein massives Farb-Oktekt-Vektorboson. Die orthogonale Linearkombination $V_\mu^+ = (A_\mu + B_\mu)/\sqrt{2}$ beschreibt das masselose Gluon. Das $SU(3) \times SU(3)$ -Fermionfeld $(\bar{3}, \bar{3})$ zerfällt unter $SU(3)_C$ wie $\underline{3} + \underline{\bar{6}}$. Triplettquark und Antisextett-Echoquark werden durch das schwere Vektorboson V_μ^- miteinander verbunden, so daß das Kondensat des Sextetts mit der Brechung der $SU(2)_L \times U(1)_Y$ -Eichsymmetrie auch gleichzeitig den Quarks dynamisch eine Masse gibt. Dies ist in Abb. 22 dargestellt.

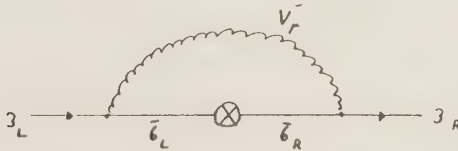


Abb. 22

Analog zerfällt das "Lepton"-Feld $(3, \bar{3})$ unter $SU(3)_C$ wie $\underline{1} + \underline{8}$. Im Gegensatz zum vorher besprochenen $SU(4)$ -Modell werden hier Quarks und Leptonen nicht in einer gemeinsamen Darstellung vereinigt. Die Singulett-Leptonen bekommen eine radiative Masse durch das Kondensat des Oktett-Echoquarks. Innerhalb dieses Einfamilien-Modells ist es verständlich, daß Leptonen

leichter als Quarks sind, da wegen $C_2(8) < C_2(6)$ die Kondensationsskala des Oktetts niedriger als die des Sextetts ist.

Wir wollen nun ein Modell konstruieren, das in einigermaßen realistischer Weise zwei Familien von Quarks und Leptonen beschreibt. Die Massenaufspaltung zwischen den verschiedenen Familien wird wiederum dadurch erreicht, daß sich die verschiedenen Familien in verschiedenen Darstellungen von $SU(3) \times SU(3)$ befinden, die verschiedene Echoquarkfelder enthalten. Andererseits entsteht eine vertikale Aufspaltung zwischen den Fermionen einer Familie dadurch, daß sich rechtshändige u- und d-artige Fermionen unter verschiedenen $SU(3) \times SU(3)$ -Darstellungen transformieren. Bei diesem Punkt muß man sehr vorsichtig sein, da man durch verschiedene rechtshändige $SU(3) \times SU(3)$ -Felder sowohl Anomalien einführt als auch den schwachen Isospin verletzt. Dies kann aber, wie wir sehen werden, durch die Einführung von zusätzlichen Teilchen in natürlicher Weise wieder kompensiert werden. Die Familienmischung tritt auf, da Echoquarks einer Familie mit gleicher Stärkesowohl mit entsprechenden Echoquarks der eigenen Familie als auch mit Echoquarks der anderen Familie kondensieren können. Dieses erzeugt Nicht-Diagonalelemente in den Fermionmassenmatrizen.

Betrachten wir also folgendes Zweifamilienmodell mit der Eichgruppe $G = (SU(3) \times SU(3))_S \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. Die Fermionen transformieren sich wie folgt:

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} H_u \\ H_d \end{pmatrix}_L &= ((8,3), 2, 1/3) \quad , \quad \begin{aligned} H_{uR} &= ((\bar{3}, \bar{3}), 1, 4/3) \\ H_{dR} &= ((8,3), 1, -2/3) \end{aligned} \\
 \begin{pmatrix} H_c \\ H_s \end{pmatrix}_L &= ((8,15), 2, 1/3) \quad , \quad \begin{aligned} H_{cR} &= ((8,15), 1, 4/3) \\ H_{sR} &= ((8, \bar{6}), 1, -2/3) \end{aligned} \\
 \begin{pmatrix} H_{\nu e} \\ H_e \end{pmatrix}_L &= ((\bar{3}, 3), 2, 1) \quad , \quad H_{eR} = ((\bar{3}, 3), 1, -2) \\
 \begin{pmatrix} H_{\nu \mu} \\ H_\mu \end{pmatrix}_L &= ((8,8), 2, 1) \quad , \quad H_{\mu R} = ((8,8), 1, -2)
 \end{aligned} \tag{3.36}$$

Nach spontaner Brechung der $SU(3) \times SU(3)$ -Eichsymmetrie transformieren sich die folgenden $SU(3) \times SU(3)$ -Multipletts unter $SU(3)_C$ wie folgt:

$$\begin{aligned}
 (\bar{3}, \bar{3}) &= 3 + \bar{6} \\
 (\bar{3}, 3) &= 1 + 8 \\
 (8, 3) &= 3 + \bar{6} + 15 \\
 (8, \bar{6}) &= 3 + \bar{6} + 15 + 24 \\
 (8, 8) &= 1 + 8 + 8 + 10 + 10 + 27 \\
 (8, 15) &= 3 + \bar{6} + 15 + 15' + 24 + 42
 \end{aligned} \tag{3.37}$$

Entsprechend unserer dynamischen Annahmen wird das Echoquark, das sich unter der höchsten vorkommenden $SU(3)$ -Darstellung transformiert, für die dynamische Brechung von $SU(2)_L \times U(1)_Y$ verantwortlich sein. Dieses ist hier das 42-plett. Seine Kondensationsskala soll also ungefähr 500 GeV betragen, was einem Abschirmfaktor $f(42) = 0.14$ entspricht. Die massiven Vektorbosonen V_μ^- verbinden Echoquarks mit normalen Quarks bzw. Leptonen. Genauer gesagt kann ein V_μ^- -Vektorboson $SU(3)$ -Tripletts nur in Sextetts und 15-pletts bzw. ein Singulett nur in ein Oktett umwandeln; zum Übergang von Triplet und Singulett in die anderen Echoquarkdarstellungen benötigt man den Austausch von zwei Vektorbosonen V_μ^- . Deswegen wird z.B. der Beitrag des Kondensats des 42-pletts zur c-Quarkmasse durch ein 2-"loop"-Diagramm beschrieben (s. Abb. 23).

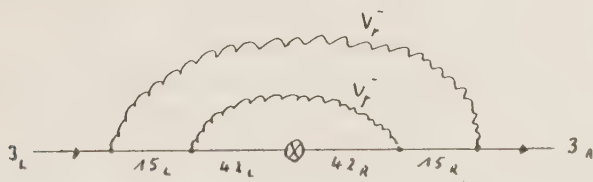


Abb.23

Somit erhalten wir aus der Fermiondarstellung Gl.(3.36) und der Zerlegung Gl.(3.37) folgende Leptonmassen- bzw. Quarkmassenmatrizen:

$$\begin{aligned}
 & (u, c)_R \\
 M_u &= \begin{pmatrix} u \\ c \end{pmatrix}_L \begin{pmatrix} C(6) & C(15) \\ C(6) & C'(42) \end{pmatrix} + h.c. \\
 & (d, s)_R \\
 M_d &= \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}_L \begin{pmatrix} C(15) & C(15) \\ C(15) & C(15) + C'(124) \end{pmatrix} + h.c.
 \end{aligned} \tag{3.38}$$

$$C(R) = \frac{g \alpha_s C_2(R) \mu_R^3}{4\pi m_{V^-}} \ln \left(\frac{m_{V^-}^2}{(3 C_2(R))^{2/3} \mu_R^2} \right) \quad (3.38)$$

$$C'(R) = \frac{\alpha_s}{\pi} C(R)$$

$$m_e = C(8) \quad , \quad m_\mu = C'(27) \quad , \quad m_{\nu_e} = m_{\nu_\mu} = 0$$

(C(R) (C'(R))) kommt von dem Austausch von einem (zwei) Vektorbosonen $V_\mu^\pm$).

Flavormischung entsteht, da z.B. das Echo-Sextett, das von H_L^S kommt, mit gleicher Wahrscheinlichkeit mit dem Echo-Sextett von H_R^S und von H_R^d kondensieren kann. Mit

$$\begin{aligned} m_{V^-} &= 1.3 \text{ TeV} \quad , \quad \mu_8 = 7 \text{ GeV} \quad (f^2(8) = 0.26) \\ \mu_6 &= 14 \text{ GeV} \quad (f^2(6) = 0.29) \\ \mu_{15} &= 15 \text{ GeV} \quad (f^2(15) = 0.15) \\ \mu_{24} &= 150 \text{ GeV} \quad (f^2(24) = 0.16) \\ \mu_{27} &= 220 \text{ GeV} \quad (f^2(27) = 0.16) \end{aligned} \quad (3.39)$$

erhalten wir folgende Masseneigenwerte und Cabibbowinkel:

$$\begin{aligned} m_u &= 4 \text{ MeV} \quad , \quad m_d = 11 \text{ MeV} \quad , \quad m_e = 0.5 \text{ MeV} \\ m_c &= 1.4 \text{ GeV} \quad , \quad m_s = 175 \text{ MeV} \quad , \quad m_\mu = 105 \text{ MeV} \\ \tan \theta_c &\simeq m_d/m_s \end{aligned} \quad (3.40)$$

Das Massenspektrum ist in guter Übereinstimmung mit den beobachteten Werten, nur der Cabibbowinkel ist zu klein.

Bis jetzt haben wir noch nicht über das Problem der auftretenden Anomalien gesprochen. Die in Gl.(3.36) aufgeführte Fermionstruktur ist so gewählt worden, daß innerhalb der starken Eichgruppe $G_s \sim SU(3) \times SU(3)$ die erste $SU(3)$ -Gruppe anomaliefrei ist, die zweite jedoch Anomalien besitzt. Um diese Anomalien aufzuheben, führen wir folgende neue Fermionmultipletts ein, die elektrische Ladung $-1/3$ besitzen, rechtshändige $SU(2)$ -Singulets sind und sich wie folgt unter $SU(3) \times SU(3)$ transformieren: $(1,15)_R$, $(1,15')_R$ und $(1,42)_R$. Mit dieser Wahl ist $SU(3) \times SU(3)$ anomaliefrei. Die neu eingeführten Fermionen erfüllen aber noch einen anderen Zweck. Unter $SU(3)_C$ transformieren sie sich wie $15_R, 15'_R$ und 42_R . Deswegen sind sie genau die fehlenden Partner der schon in Gl.(3.36) eingeführten linkshän-

digen Felder 42_L , $15'_L$ und 15_L mit Ladung $-1/3$. Somit können sie mit diesen kondensieren und geben diesen Feldern eine dynamische Masse, so daß sie als schwere Teilchen nicht mehr das Niederenergieverhalten der Theorie beeinflussen können. Gleichzeitig wird auch die $SU(2)$ -Isospinsymmetrie wiederhergestellt.

Schließlich müssen noch die schwachen $U(1)$ -Anomalien vernichtet werden. Dies ist möglich, indem man Felder einführt, die keine starken $SU(3) \times SU(3)$ -Anomalien mit sich bringen, wie z.B. ein $(1,27)$ -Feld, und deren elektrische Ladung Q so gewählt ist, daß als Bedingung der verschwindenden $U(1)$ -Anomalie gilt: $\sum Q = 0$. Diese Teilchen können mit sich selbst kondensieren und werden deshalb sehr schwer.

Schließlich wollen wir noch ein Problem dieses Modells diskutieren. Indem wir eine große Zahl von $SU(3) \times SU(3)$ -Multipletts mit zahlreichen hohen $SU(3)_C$ -Darstellungen eingeführt haben, um eine Massenhierarchie zwischen den verschiedenen Fermionen zu erreichen, haben wir nicht nur auf $SU(3)_C$ -Ebene, sondern auch auf $SU(3) \times SU(3)$ -Ebene die asymptotische Freiheit verloren. Unsere Gültigkeitskriterien für die Casimir-Hypothese von Abschnitt 3.2.1, die die asymptotische Freiheit betreffen, sind deswegen für das 15 -, $15'$ -, 24 -, 27 - und 42 -plett nicht erfüllt - im Bereich von μ_{15} , $\mu_{15'}$, μ_{24} , μ_{27} und μ_{42} ist α_s nicht mehr asymptotisch frei. Deswegen wollen wir versuchen, ein Modell zu finden, in dem die Hierarchie der verschiedenen Skalen nicht nur durch die Einführung von verschiedenen Echoquark-Multipletts erreicht wird. Dies ist möglich, wenn wir die starke Eichgruppe G_s in zwei oder mehreren Schritten auf $SU(3)_C$ brechen und auf diese Weise verschiedene Skalen einführen.

Als Beispiel wählen wir $G_s = (SU(3)_1 \times SU(3)_2 \times SU(3)_3)_s$ [65]. Diese Gruppe wird bei einer Skala m_1 auf $SU(3)_{1+2} \times SU(3)_3$ gebrochen und diese Gruppe schließlich bei m_2 auf $SU(3)_C$. Dabei entstehen zwei verschiedene $SU(3)_C$ -Oktetts von schweren Eichbosonen V_1 und V_2 mit Massen der Ordnung m_1 und m_2 ($m_1 \gg m_2$).

Um ein Modell mit zwei Quark- und Leptonfamilien zu beschreiben, wählen wir folgende $(SU(3) \times SU(3) \times SU(3))_s \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ -Fermiondarstellungen:

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} H_{u,c} \\ H_{d,s} \end{pmatrix}_L &= ((3,3,\bar{3}), 2, 1/3) \\
 H_{uR} &= ((\bar{3},\bar{3},1), 1, 4/3) \\
 H_{dR} &= ((\bar{3},\bar{3},1), 1, -2/3) \\
 H_{cR} &= ((1,6,\bar{3}), 1, 4/3) \\
 H_{sR} &= ((1,\bar{3},\bar{3}), 1, -2/3) \\
 \begin{pmatrix} H_{\nu e} \\ H_e \end{pmatrix}_L &= ((\bar{3},3,1), 2, -1) \quad (3.41) \\
 H_{eR} &= ((\bar{3},3,1), 1, -2) \\
 \begin{pmatrix} H_{\nu\mu} \\ H_\mu \end{pmatrix}_L &= ((1,\bar{3},3), 2, -1) \\
 H_{\mu R} &= ((1,\bar{3},3), 1, -2)
 \end{aligned}$$

Das $(3,3,\bar{3})$ -Multipllett zerfällt unter $SU(3)_{1+2} \times SU(3)_3$ wie $(\bar{3},\bar{3}) + (6,\bar{3})$ und unter $SU(3)_C$ wie $\underline{3} + \underline{\bar{6}} + \underline{3} + \underline{15}$. Es enthält zwei Farbtupletts, die mit zwei Quarkfamilien identifiziert werden können. Analog zerfallen die anderen Multipletts wie folgt:

$$\begin{aligned}
 (\bar{3},\bar{3},1) &= (3,1) + (\bar{6},1) = 3 + \bar{6} \\
 (1,6,\bar{3}) &= (6,\bar{3}) = 3 + 15 \\
 (\bar{3},3,1) &= (1,1) + (8,1) = 1 + 8
 \end{aligned} \quad (3.42)$$

Wir nehmen nun wiederum an, daß die Kondensation des höchsten Multipletts, hier das 15-plett, für die dynamische Brechung von $SU(2)_L \times U(1)_Y$ verantwortlich ist. Deswegen wählen wir $\mu_{15} \approx 500 \text{ GeV}$.

Quarks und Leptonen bekommen durch den Austausch der schweren Vektorbosonen V_1 und V_2 radiative Masse. Entsprechend der Wahl der Fermionfelder erhalten wir folgende Quark-Massenmatrizen bzw. Leptonmassen:

$$M_U = \begin{pmatrix} K_1(6) & K_1(15) \\ K_1(6) & K_2(15) \end{pmatrix}, \quad M_d = \begin{pmatrix} K_1(6) & K_1(6) \\ K_1(6) & K_1(6) \end{pmatrix}$$

$$m_{\nu_e} = m_{\nu_\mu} = 0, \quad m_e = K_1(8), \quad m_\mu = K_2(8) \quad (3.43)$$

$$K_{1(2)}(R) = \frac{9\alpha_s c_1(R) r^3}{4\pi m_{1(2)}^2} \ln \left(\frac{m_{1(2)}}{(3c_1(R))^{1/3} r} \right)$$

Nach Diagonalisierung dieser Matrizen erhält man:

$$m_U \approx 1 \text{ MeV}, \quad m_d \approx 1 \text{ MeV}, \quad m_e = 0.5 \text{ MeV}$$

$$m_c \approx 1.1 \text{ GeV}, \quad m_s = 175 \text{ MeV}, \quad m_\mu = 105 \text{ MeV} \quad (3.44)$$

$$\tan \theta_c = m_d/m_s$$

wobei wir gewählt haben

$$m_1 = 290 \text{ TeV}, \quad \mu_8 = 250 \text{ GeV}$$

$$m_2 = 15 \text{ TeV}, \quad \alpha_s = 0.10$$

$$\mu_6 \approx 300 \text{ GeV}$$

$$\mu_{15} = 500 \text{ GeV} \quad (3.45)$$

Nun befinden sich alle Kondensationsskalen in Bereichen, in denen α_s noch asymptotisch frei ist.

Um die starken Anomalien zu vernichten und gleichzeitig die Isospinsymmetrie wiederherzustellen, führen wir entsprechend der Diskussion des letzten Beispiels noch die beiden Multipletts $(1,6,1)_R$ und $(1,15,1)_R$ ein.

Zum Abschluß dieses Hauptabschnitts wollen wir noch betonen, daß die hier diskutierten Beispiele nicht als endgültige Modelle, die zwei Familien von Quarks und Leptonen in absolut richtiger Weise beschreiben können, aufgefaßt werden sollen. Sie sollen vielmehr versuchen, die Möglichkeiten zu erkunden, wie man im Rahmen der "Casimir-Hypothese" Modelle konstruieren kann, in denen eine dynamische Hierarchie zwischen den verschiedenen Fermionen sowie eine Cabibbo-Mischung zwischen den verschiedenen Quarks entstehen kann. Wir meinen, daß noch mehr Versuche unternommen werden sollten, realistische Modelle im Zusammenhang mit diesem neuen Mechanismus der dynamischen Fermionmassenerzeugung zu finden. Die kürzlich gefundene Bestätigung der "Casimir-scaling"-Hypothese durch Gitterrechnungen ermutigt

dazu. Auch wäre es unserer Meinung nach sehr interessant, die dynamischen Voraussagen eines realistischen Modells wie Abschirmfaktoren der verschiedenen Echoquarkkondensate auf dem Gitter zu testen.

4. DYNAMISCHE FERMIONMASSENERZEUGUNG IN SUBQUARKMODELLEN

4.1 Einschränkungen an die Hyperchromodynamik

Im letzten Kapitel haben wir die Möglichkeit besprochen, daß das Higgs-teilchen kein elementares Feld ist, sondern aus einem Fermion-Antifermion-paar zusammengesetzt ist. Diese könnten sogen. "Techniquarks" sein, gebunden durch eine starke "Technicolor"-Wechselwirkung, oder auch, wie von uns bevorzugt, sogen. Echoquarks in höheren $SU(3)_C$ -Darstellungen, die durch die QCD-Kraft allein gebunden werden. Nun wollen wir einen Schritt weiter gehen und annehmen, daß auch Quarks und Leptonen aus Konstituenten bestehen [14]. Als Bindungskraft kommt dabei wiederum eine nichtabelsche Eichtheorie mit Bindungsskala Λ_{HC} infrage. In diesem Zusammenhang kann man hoffen, ungelöste Fragen des Standardmodells zu beantworten. Insbesondere steht hier das Problem im Vordergrund, warum Quarks und Leptonen in Familien mit identischen Quantenzahlen vorkommen. Eventuell lassen sich die höheren Quarks und Leptonen als eine Art von Anregungszuständen der niedrigsten betrachten. Ebenso sind die Fermionmassen in Subquarktheorien analog den Hadronmassen in der QCD prinzipiell aus der Hyperchromodynamik berechenbare Größen.

Die schwache Wechselwirkung läßt sich in den Subquarkmodellen unter zwei verschiedenen Blickwinkeln betrachten. Einerseits kann wie im Standardmodell $SU(2)$ eine lokale Eichsymmetrie mit elementaren W- und Z-Bosonen sein. Andererseits besteht aber auch die interessante Möglichkeit, daß W- und Z-Bosonen selbst zusammengesetzte Teilchen sind [66] und zwar aus Preonen, die man auch in Quarks und Leptonen findet und die durch die starke Hyperfarbkraft gebunden sind. Die $SU(2)$ -Symmetrie wäre dann keine Eichwechselwirkung mehr, sondern nur eine globale Symmetrie. Die schwache Wechselwirkung zwischen zusammengesetzten Quarks und Leptonen entstände als residuelle Van der Waals-Kraft der Hyperfarbwechselwirkung. Dies ist in Analogie zur starken Wechselwirkung zwischen den Hadronen zu sehen, die durch den Austausch von Mesonen, die ihrerseits aus Quarks bestehen, verursacht wird.

Man muß sich aber auf jeden Fall darüber im klaren sein, daß es bis heute noch keinerlei Evidenz für eine Substruktur gibt. Eine einzige Ausnahme

könnten nur einige unerwartete Ereignisse [15] am CERN $\bar{p}p$ -Collider sein, die möglicherweise von der Substruktur von Quarks, Leptonen und W- und Z-Bosonen herrühren könnten [16]. Jeder Versuch, sich Theorien vorzustellen, in denen Quarks und Leptonen zusammengesetzte Objekte sind, steht der Tatsache gegenüber, daß sich diese Teilchen in heutigen Experimenten als punktförmig darstellen. Durch diese Experimente lassen sich nur obere Grenzen für den Radius $\langle r \rangle$ von Quarks und Leptonen oder äquivalent dazu untere Grenzen für Λ_{HC} , also für die charakteristische Skala, bei der die zusammengesetzte Natur der Quarks und Leptonen in Erscheinung tritt, angeben. Explizit erhält man aus verschiedenen Experimenten [67]:

$$\Lambda_{HC} \geq 500 \text{ GeV} \quad (4.1)$$

Betrachtet man diesen Wert, so fällt sofort auf, daß die Hyperchromodynamik so beschaffen sein muß, daß Quarks und Leptonen als Hyperfarbbindungszustände eine sehr viel geringere Masse als Λ_{HC} haben:

$$m_{q,l} \ll \Lambda_{HC} \quad (4.2)$$

Eine solche Bedingung ist aber dynamisch sehr schwierig zu realisieren. Es bedeutet, daß die typische Größe von Quarks und Leptonen sehr viel kleiner als ihre eigene Comptonwellenlänge ist. In der QCD hingegen haben die Hadronen Ausdehnung, die mit ihrer Comptonwellenlänge vergleichbar ist:

$$\langle r_{\text{Proton}} \rangle m_{\text{Proton}} \approx 1.$$

Dasselbe Verhalten wie in der Hadronphysik würde man auch für die nicht-abelschen "Hypercolor"-Eichtheorien erwarten. Die einzige Ausnahme davon sind Zustände, deren Masse aufgrund einer Symmetrie verschwindet. So wollen wir fordern, daß Quarks und Leptonen zunächst als Folge einer im folgenden spezifizierten Symmetrie masselos sind. Daneben wird es ein breites Spektrum von Zuständen mit Masse $\sim \Lambda_{HC}$ geben. Bevor wir zu der Frage kommen werden, welche Art von Symmetrien dies bewerkstelligen können, wollen wir kurz folgende Anmerkung machen: Wenn Quarks und Leptonen in erster Näherung masselos sind, dann ist es verständlich, warum es keine leichten Drehimpulsanregungen, also Quarks und Leptonen mit Spin 3/2, 5/2 usw., gibt. Die Antwort wird durch ein Theorem von Case und Gasiorowicz [69] bzw. Weinberg und Witten [69] gegeben, das feststellt, daß es in einer Theorie mit Lorentz-kovariantem Energieimpulstensor keine masselosen Teilchen mit Spin $J > 1$ geben kann. Natürlich sind Fermionen mit höherem Spin und Masse $m \sim \Lambda_{HC}$ erlaubt.

In unserer Arbeit wollen wir uns mit zwei Symmetriemöglichkeiten beschäftigen, die masselose zusammengesetzte Fermionen ermöglichen. In Abschnitt 4.2 erörtern wir die Bedingungen an das fermionische Spektrum, die sich daraus ergeben, daß eine ungebrochene chirale Symmetrie G die Masselosigkeit von Quarks und Leptonen bedingt. Danach werden wir in Abschnitt 4.3 den Fall betrachten, daß Quarks und Leptonen in einer supersymmetrischen Preontheorie masselose Partner von masselosen Goldstonebosonen einer spontan gebrochenen globalen Symmetrie sind.

4.2 Chirale Symmetrie und Kleinheit von Quark- und Leptonmassen

4.2.1 Masseloses Fermionspektrum und t'Hooft-Bedingungen

4.2.1.1 Anomalien

Gegeben sei eine "Hypercolor"-Eichtheorie basierend auf der Eichgruppe G_{HC} mit Confinementskala Λ_{HC} . Links- und rechtshändige Preonen $f_{\alpha L(R)}^i$ (i = Hyperflavorindex, α = Hypercolorindex) bilden irreduzible Darstellungen unter G_{HC} . Wir wollen nun annehmen, daß die Preonen masselos sind. Dann besitzt die Preon-Lagrangefunktion eine globale chirale "Hyperflavor"-Symmetrie G_{HF} , unter der die Preonen Darstellungen $\{r\}$ bilden. Bei Λ_{HC} bilden nun die Preonen fermionische (und auch bosonische) "Hypercolor"-Singulett-Bindungszustände F , die ihrerseits Darstellungen $\{R\}$ unter der chiralen Symmetrie G_{HF} bilden. Wir wollen annehmen, daß (im Gegensatz zur QCD) G_{HF} nicht spontan gebrochen ist (die folgenden Argumente sind auch für jede ungebrochene Untergruppe von G_{HF} gültig). Wir stellen uns nun vor, daß die "Hyperflavor"-Symmetrie G_{HF} schwach geeicht ist. Die Theorie enthält also Eichbosonen, die an die Ströme der Symmetrie G_{HF} gekoppelt sind. Im allgemeinen wird die Erhaltung der G_{HF} -Eichströme durch Anomalien zerstört sein. Deswegen führen wir zusätzlich neue elementare Fermionen χ ein, die "Hypercolor"-Singulets und deren "Hyperflavor"-Transformationseigenschaften gerade so sind, daß sie die G_{HF} -Anomalien der Preonen f aufheben können. Für Energien klein gegen Λ_{HC} enthält die Theorie nur die zusammengesetzten Fermionen F sowie die Fermionen χ , die als "Hypercolor"-Singulets nicht an der Bindung teilnehmen. An der G_{HF} -Eichinvarianz sollte sich aber beim Übergang zu den zusammengesetzten "Hypercolor"-Singulets nichts geändert haben. Deswegen müssen die masselosen fermionischen "Hypercolor"-Bindungs-

zustände gerade die richtigen Quantenzahlen bezüglich G_{HF} besitzen, um die Anomalien der χ -Fermionen aufzuheben. Das impliziert aber, daß die G_{HF} -Anomalien der masselosen Bindungszustände F mit den Anomalien der masselosen Preonen f identisch sein müssen. Diese Anomaliebedingung zwischen elementaren Fermionen f und masselosen zusammengesetzten Fermionen F läßt sich durch folgende Gleichung, die sogen. t'Hooft-Bedingung [17], ausdrücken:

$$\sum_r A(r) = \sum_R A(R) \quad (4.3)$$

elementare zusammengesetzte
Fermionen f Fermionen F

Hierbei ist $A(r)$ der sogen. Anomaliekoeffizient, der folgendermaßen definiert ist:

$$\text{Tr}(\{t_r^a, t_r^b\} t_r^c) = A(r) d^{abc} \quad (4.4)$$

t_r^a sind die Generatoren der Gruppe G_{HF} in Darstellungen r . $A(r)$ ist also durch die Darstellung der Fermionen f bzw. F gegeben, an die die Ströme J_μ der Symmetrie G_{HF} im Dreiecksdiagramm von Abb. 24 koppeln.

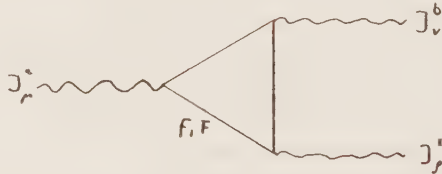


Abb. 24

In unserer Herleitung der t'Hooft-Bedingung sind wir den ursprünglichen Argumenten von t'Hooft [17] gefolgt. Man kann sie aber auch auf eine etwas formellere Art beweisen [70]. Betrachten wir dazu die Dreipunkt-Korrelationsfunktion der G_{HF} -Ströme J_μ :

$$(2\pi)^4 \delta(\sum q_i) \Gamma_{abc}^{\mu\nu\rho}(q_1, q_2, q_3) = \int \prod d^4 x_i e^{i q_i x_i} \langle 0 | T(J_a^\mu(x_1) J_b^\nu(x_2) J_c^\rho(x_3)) | 0 \rangle \quad (4.5)$$

Man kann zeigen, daß Γ_{abc} eine anomale Divergenz hat:

$$q_{3\mu} \Gamma_{abc}^{\mu\nu\rho}(q_1, q_2, q_3) = \sum_r A(r) d_{abc} \varepsilon^{\alpha\beta\nu\rho} q_{1\alpha} q_{2\beta} \quad (4.6)$$

Die Existenz dieser Anomalie impliziert, daß Γ_{abc} am Symmetriepunkt $q_1^2 = q_2^2 = q_3^2 = q^2$ singularär ist:

$$\Gamma_{abc}^{\mu\nu\rho}(q_1, q_2, q_3) \Big|_{s_{12}=s_{23}=s_{31}} = \frac{\sum_r A(r)}{q^2} \left\{ \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{1\alpha} q_{2\beta} q_3^\rho + \varepsilon^{\nu\rho\alpha\beta} q_{2\alpha} q_{3\beta} q_1^\mu + \varepsilon^{\rho\mu\alpha\beta} q_{3\alpha} q_{1\beta} q_2^\nu \right\} + \text{nicht singuläre Terme} \quad (4.7)$$

Da Γ_{abc} eine wohldefinierte Greenfunktion der Theorie ist, muß diese Singularität auch dann reproduziert werden, wenn man diese Greenfunktion durch die Bindungszustände der Theorie ausrechnet. Eine solche Singularität kann nur das Resultat von masselosen Teilchen im Spektrum der Bindungszustände sein. Hierbei gibt es zwei Möglichkeiten. Entweder erzeugen masselose Spin 0-Teilchen, nämlich Goldstonebosonen, die Singularität in Γ_{abc} . Dann ist die chirale Symmetrie spontan gebrochen, was unserer ursprünglichen Annahme widerspricht. Andererseits können masselose Spin 1/2-Bindungszustände an die Ströme J_μ koppeln und die Singularität in Γ_{abc} erzeugen. Ihr Beitrag zur Singularität muß aber genau das Residuum $\sum_r A(r)$ haben, was mit der t'Hooft-Bedingung Gl.(4.3) identisch ist. Klarerweise muß also die chirale Symmetrie spontan gebrochen sein, wenn die masselosen zusammengesetzten Fermionen die t'Hooft-Bedingung nicht erfüllen können. Andererseits wollen wir hervorheben, daß die t'Hooft-Bedingung nur eine notwendige Bedingung dafür ist, daß die chirale Symmetrie ungebrochen bleibt. Es gibt keine Garantie, daß die Dynamik der starken Eichwechselwirkung die Erhaltung der chiralen Symmetrie bevorzugt, auch wenn Gl.(4.3) erfüllt ist. In Abschnitt 4.2.1.3 werden wir kurz erwähnen, in welcher Art von Theorie man dynamische chirale Symmetriebrechung erwartet und in welcher nicht.

4.2.1.2 Beispiele für Lösungen der t'Hooft-Bedingung

Nach diesen allgemeinen Betrachtungen wollen wir nun untersuchen, welche Lösungen für die t'Hooft-Bedingung in bestimmten Modellen existieren. Um die t'Hooft-Bedingung in den verschiedenen Modellen explizit formulieren zu können, führen wir noch den sogen. t'Hooft-Index $\ell(R)$ ein, der die Differenz zwischen linkshändigen und rechtshändigen Fermionen in einer Darstellung R bezüglich der chiralen Symmetrie G_{HF} angibt. Definitionsgemäß kann $\ell(R)$ nur ganzzahlige Werte annehmen. Die Einführung dieser Konstante ist sinnvoll, da jeder masselose fermionische Bindungszustand immer von einer Vielzahl von massiven Anregungen begleitet sein wird. $\ell(R)$ gibt somit die effektive Zahl der masselosen fermionischen Multipletts in

der Darstellung R an. Für $\ell(R) = 0$ erwartet man, daß das Multipllett in der Darstellung R keine masselosen Fermionen beschreibt, sondern nur solche mit Masse der Ordnung Λ_{HC} (s. Kapitel 4.1.2). Somit nimmt mit Einführung von $\ell(R)$ die t'Hooft-Bedingung Gl.(4.3) folgende Form an:

$$\sum_r A(r) = \sum_R \ell(R) A(R) \quad (4.8)$$

elementare zusammengesetzte
Fermionen Fermionen

Nichttriviale Lösungen sind für ganzzahlige Werte von $\ell(R)$ gegeben.

a) Vektorielle Fermionmodelle

(i) $G_{\text{HC}} = \text{SU}(3)$

Wir betrachten eine QCD-artige "Hypercolor"-Theorie $G_{\text{HC}} = \text{SU}(3)$ mit m links- und rechtshändigen Preonen $f_{\alpha L}^i(R)$ ($i = 1 \dots m$; $\alpha = 1, 2, 3$) in der fundamentalen Darstellung von $\text{SU}(3)_{\text{HC}}$. Die zur t'Hooft-Bedingung relevante chirale "Hyperflavor"-Symmetrie ist dann:

$$G_{\text{HF}} = \text{SU}(m)_L \times \text{SU}(m)_R \times \text{U}(1)_V \quad (4.9)$$

Die fermionischen Bindungszustände müssen $\text{SU}(3)_{\text{HC}}$ -Singulets sein. Wir betrachten die einfachst möglichen von der Form $F_{ijk} \sim \epsilon^{\alpha\beta\gamma} \cdot f_{\alpha}^i \cdot f_{\beta}^j \cdot f_{\gamma}^k$. Explizit befinden sich diese Fermionen in folgenden $\text{SU}(m)_L \times \text{SU}(m)_R$ Darstellungen, wobei wir zur Charakterisierung der jeweiligen Darstellungen die Young-Tableaux-Notation gewählt haben:

	$\text{SU}(m)_L$	$\text{SU}(m)_R$	Index
$F_{1L} = f_L f_L f_L$		1	ℓ_1
$F_{1R} = f_R f_R f_R$	1		$-\ell_1$
$F_{2L} = f_L f_L f_L$		1	ℓ_2
$F_{2R} = f_R f_R f_R$	1		$-\ell_2$
$F_{3L} = f_L f_L f_L$		1	ℓ_3
$F_{3R} = f_R f_R f_R$	1		$-\ell_3$
$F_{4L} = f_L f_R f_R$			ℓ_4
$F_{4R} = f_R f_L f_L$			$-\ell_4$
$F_{5L} = f_L f_R f_R$			ℓ_5
$F_{5R} = f_R f_L f_L$			$-\ell_5$

(4.10)

Somit erhält man als t'Hooft-Bedingung bezüglich der $[SU(m)_L(R)]^3$ -Anomalie folgende Gleichung [17]:

$$\begin{aligned} & 1/2(m+3)(m+6)\ell_1 + 1/2(m-3)(m-6)\ell_2 + (m^2-9)\ell_3 - \\ & - 1/2 m(m+7)\ell_4 - 1/2 m(m-7)\ell_5 = 3 \end{aligned} \quad (4.11)$$

$m \geq 2$

Bezüglich der $[SU(m)_L(R)]^2 \times U(1)_V$ -Anomalie erhält man [17]:

$$\begin{aligned} & 1/2(m+2)(m+3)\ell_1 + 1/2(m-2)(m-3)\ell_2 + (m^2-3)\ell_3 - \\ & - 1/2 m(m+3)\ell_4 - 1/2 m(m-3)\ell_5 = 1 \end{aligned} \quad (4.12)$$

Für diese beiden Gleichungen existieren eine Anzahl von simultanen nicht-trivialen Lösungen, und zwar wenn die Zahl der "Hyperflavors" m Werte $\neq 3, 6, 9, \dots$ annimmt. Läßt man die zweite Bedingung Gl.(4.12) fallen, so ergeben sich nichttriviale Lösungen für alle m . Das bedeutet, daß für $m = 3, 6, 9, \dots$ $U(1)_V$ auf jeden Fall spontan gebrochen sein muß [71]. Dies kann z.B. für $m = 3$ durch Operatoren der Form $\langle f_L^f f_L^f f_R^f f_R^f \rangle$ oder für $m = 6$ durch Operatoren der Form $\langle f_L^f f_L^f f_L^f f_L^f \rangle$ oder $\langle f_R^f f_R^f f_R^f f_R^f \rangle$ bewerkstelligt werden, da diese Operatoren invariant unter $SU(m)_L \times SU(m)_R$ sind.

Schließlich kann man bei der expliziten Konstruktion der zusammengesetzten Felder (Gl.(4.10)) noch weitere Einschränkungen an die mögliche Zahl von masselosen zusammengesetzten Spin 1/2 -Fermionen erhalten, wenn man in Analogie zum einfachen Quark-Partonenmodell fordert, daß der fermionische Grundzustand durch Feldoperatoren beschrieben werden soll, die weder Preon-Antipreon-Paare noch Hypergluonen noch irgendwelche orbitalen Anregungen enthalten. Dies ist als das sogen. "Groundstate-Kriterium" eingeführt worden [72]. Die Form der zusammengesetzten Fermionen ist dann wegen der Fermistatistik bezüglich identischer Preonen stark beschränkt. Betrachten wir das Produkt von drei Spin 1/2 -Preonen bezüglich der Zerlegung unter der Lorentzgruppe. Für drei identische linkshändige Preonen erhält man:

$$\begin{aligned} \square_L \times \square_L \times \square_L &= (\square\square\square, 1) + 2(\square\square, 1) = \\ &= \left(\frac{3}{2}, 0\right) + 2\left(\frac{1}{2}, 0\right) \end{aligned} \quad (4.13)$$

Nur der letzte Term beschreibt zwei verschiedene Spin 1/2 -Teilchen, und zwar je nachdem, ob der Spin der beiden letzten Preonen symmetrisch oder antisymmetrisch ist:

$$\begin{aligned}\psi_a^{\dagger\dagger} &= (\sigma^\mu)_a^b \psi_b \psi_c (\sigma^\lambda \sigma_2)^{cd} \psi_d \\ \psi_a^{\dagger\dagger} &= \psi_a \psi_b (\sigma_2)^{bc} \psi_c\end{aligned}\quad (a,b,c,d=1,2) \quad (4.14)$$

Für zwei identische linkshändige Preonen und ein rechtshändiges Preon erhält man:

$$\begin{aligned}\square_R \times \square_L \times \square_L &= (\square\square, \square) + (\square, \square) \\ &= \left(1, \frac{1}{2}\right) + \left(0, \frac{1}{2}\right)\end{aligned}\quad (4.15)$$

Nur der zweite Term kann wiederum Spin 1/2 -Fermionen beschreiben:

$$\psi_a^{\dagger\dagger} = \psi_a^+ \psi_b (\sigma_2)^{bc} \psi_c \quad (4.16)$$

Mittels Fermistatistik kann man aus diesen Spineigenschaften nun auf die "Hyperflavor"-Symmetrie schließen. Für den Fall von drei identischen linkshändigen Preonen muß die Wellenfunktion des zusammengesetzten Spin 1/2-Fermions gemischt symmetrisch in Bezug auf die "Hyperflavor"-Quantenzahlen sein. Das bedeutet, daß F_1 und F_2 keinen masselosen Grundzustand beschreiben können. Wir setzen also ihren t'Hooft-Index ℓ_1 und ℓ_2 von vornherein gleich Null. Für den Fall von zwei identischen Preonen beschreibt sowohl das hyperflavorsymmetrische als auch das hyperflavorantisymmetrische Produkt einen fermionischen Grundzustand. Man erhält also unter Berücksichtigung des Groundstate-Kriteriums folgende t'Hooft-Bedingungen:

$$\begin{aligned}(m^2-9)\ell_3 - 1/2 m(m+7)\ell_4 - 1/2 m(m-7)\ell_5 &= 3 \\ (m^2-3)\ell_3 - 1/2 m(m+3)\ell_4 - 1/2 m(m-3)\ell_5 &= 1\end{aligned}\quad (4.17)$$

Diese Gleichungen besitzen nur für $m = 2$ nichttriviale Lösungen [71].

$$(ii) \quad G_{HC} = SU(5)$$

Jetzt wollen wir eine Preontheorie basierend auf der "Hypercolor"-Eichgruppe $G_{HC} = SU(5)$ mit drei masselosen links- und rechtshändigen Preonen $f_{\alpha L(R)}^i$ ($\alpha = 1 \dots 5$; $i = 1, 2, 3$) betrachten. Dieses Beispiel wurde von Weinberg [73] untersucht. Die chirale "Hyperflavor"-Symmetrie ist gegeben durch:

$$G_{HF} = SU(3)_L \times SU(3)_R \times U(1)_V \quad (4.18)$$

Die "Hypercolor"-Singulett-Fermionen bestehen aus fünf Preonen:

$$f^{ijklm}_{\alpha\beta\gamma\delta\epsilon} \quad \epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta\epsilon} \quad f^i_{\alpha} f^j_{\beta} f^k_{\gamma} f^l_{\delta} f^m_{\epsilon}. \quad \text{Explizit erhält man zusammengesetzte}$$

Felder mit folgenden Transformationseigenschaften unter $SU(3)_L \times SU(3)_R \times U(1)_A$:

$$\begin{aligned}
 F_{1L} &= f_L f_L f_L f_L f_L = (\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & \\ \hline \end{array}, 1) = (\bar{21}, 1)_5 \\
 F_{2L} &= f_L f_L f_L f_L f_L = (\begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline \end{array}, 1) = (\bar{24}, 1)_5 \\
 F_{3L} &= f_L f_L f_L f_L f_L = (\begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline \end{array}, 1) = (\bar{15}, 1)_5 \\
 F_{4L} &= f_L f_L f_L f_L f_L = (\begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array}, 1) = (6, 1)_5 \\
 F_{5L} &= f_L f_L f_L f_L f_L = (\begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array}, 1) = (\bar{3}, 1)_5 \\
 F_{6L} &= f_L f_L f_L f_R f_R = (\begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline \end{array}) = (10, 6)_1 \\
 F_{7L} &= f_L f_L f_L f_R f_R = (\begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array}) = (10, \bar{3})_1 \\
 F_{8L} &= f_L f_L f_L f_R f_R = (\begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline \end{array}) = (8, 6)_1 \\
 F_{9L} &= f_L f_L f_L f_R f_R = (\begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array}) = (8, \bar{3})_1 \\
 F_{10L} &= f_L f_R f_R f_R f_R = (\begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & \\ \hline \end{array}) = (3, 15')_{-3} \\
 F_{11L} &= f_L f_R f_R f_R f_R = (\begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline \end{array}) = (3, \bar{6})_{-3} \\
 F_{12L} &= f_L f_R f_R f_R f_R = (\begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline \end{array}) = (3, 15)_{-3} \\
 F_{13L} &= f_L f_R f_R f_R f_R = (\begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array}) = (3, 3)_{-3}
 \end{aligned} \tag{4.19}$$

Um die $[SU(3)_{L(R)}]^3$ - bzw. $[SU(3)_{L(R)}]^2 \times U(1)_V$ -Anomalien aufzuheben, erhält man folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned}
 182 \ell_1 + 62 \ell_2 - 14 \ell_3 + 7 \ell_4 - \ell_5 - 92 \ell_6 - 91 \ell_7 + \\
 + 8 \ell_8 + 56 \ell_9 + 216 \ell_{10} - 27 \ell_{11} + 27 \ell_{12} &= 5 \\
 70 \ell_1 + 50 \ell_2 + 20 \ell_3 + 5 \ell_4 + \ell_5 - 40 \ell_6 - 35 \ell_7 - \\
 - 10 \ell_8 + 4 \ell_9 + 90 \ell_{10} + 9 \ell_{11} + 45 \ell_{12} &= 1
 \end{aligned} \tag{4.20}$$

Weinberg [73] fand folgende Lösung für diese Gleichung:

$$\begin{aligned}
 \ell_1 &= -1, \ell_3 = -1, \ell_4 = -2, \ell_5 = 2, \ell_{10} = -1, \ell_{11} = -1 \\
 \ell_2 &= \ell_6 = \ell_7 = \ell_8 = \ell_9 = \ell_{12} = 0
 \end{aligned} \tag{4.21}$$

Bei Anwendung des Groundstate-Kriteriums auf dieses Beispiel kommen nur noch F_3 , F_8 , F_9 und F_{11} als masselose Fermionen infrage. Für diesen Fall konnten wir aber keine Lösungen der t'Hooft-Bedingung finden.

b) Chirale Fermionmodelle

Wir wollen als nächstes chirale "Hypercolor"-Eichgruppen [74] betrachten. Das bedeutet, daß sich die elementaren Fermionen in einer komplexen Darstellung bezüglich der "Hypercolor"-Eichgruppe befinden, so daß Massenterme der elementaren Fermionen aus Eichinvarianzgründen nicht möglich sind. Im Gegensatz dazu befinden sich die elementaren Fermionen bei den eben diskutierten vektoriellen Eichgruppen in reellen Darstellungen, die eichinvariante Massenterme im Prinzip erlauben.

Wir betrachten als Eichgruppe $G_{HC} = SU(n)$. Die Wahl der chiralen Fermiondarstellung ist dadurch beschränkt, daß sie keine Eichanomalie besitzen darf. Dies ist möglich, wenn man $n - 4$ Felder ψ_i^α ($\alpha = 1 \dots n$; $i = 1 \dots n-4$), die sich nach der $\overline{\square}$ (antifundamentalen) Darstellung von $SU(n)_{HC}$ transformieren, und ein Feld $\chi_{[\alpha\beta]}$, welches sich nach der $\square$ -Darstellung (antisymmetrisches Tensorprodukt aus zwei fundamentalen Darstellungen) transformiert, einführt. (Eine allgemeine Zusammenstellung aller möglichen anomalieliefreen und asymptotische Freiheit bewahrenden Fermiondarstellungen in chiralen Eichmodellen ist in Ref. [75] gegeben.) Somit besitzt die Theorie folgende globale chirale "Hyperflavor"-Symmetrie:

$$G_{HF} = SU(n-4) \times U(1)_Q \quad (4.22)$$

mit

$$Q = (n-2) N_\psi - (n-4) N_\chi$$

Wir betrachten nun fermionische "Hypercolor"-Singulett-Bindungszustände der Form $\Psi_{i,j} = \psi_i^\alpha \psi_j^\beta \chi_{\alpha\beta}$. Diese transformieren sich unter G_{HF} wie folgt:

$$\begin{array}{ccc} & SU(n-4) & U(1)_Q \\ \Psi_{[i,j]}^A & = & \square \quad n \\ \Psi_{[i,j]}^S & = & \square\square \quad n \end{array} \quad (4.23)$$

Unter Annahme des Groundstate-Kriteriums und unter Berücksichtigung der Fermi-Statistik (Grundzustands-Wellenfunktion ist antisymmetrisch bezüglich Hyperfarbe) kann man Ψ^A bzw. Ψ^S schreiben als:

$$\begin{aligned} \Psi_{[i,j]}^A &= \Psi^{\uparrow\uparrow} = \chi_a^\mu \psi_{ib}(\sigma_2)^{bc} \psi_{jc} \\ \Psi_{[i,j]}^S &= \Psi^{\uparrow\uparrow} = (\sigma^\mu)_a^b \chi_b \psi_{ic} (\sigma^\mu \sigma_2)^{cd} \psi_{jd} \end{aligned} \quad (4.24)$$

Man kann nun leicht zeigen [76], daß die t'Hooft-Bedingung bezüglich $[SU(n-4)]^3$, $[SU(n-4)]^2 \times U(1)_Q$ und $[U(1)_Q]^3$ gerade durch $\psi_{\{i,j\}}^S = \psi^{\dagger\dagger}$ erfüllt ist, daß also $\ell^S = 1$, $\ell^A = 0$. ψ^S beschreibt also einen masselosen fermionischen Bindungszustand, während ψ^A eine Masse der Ordnung Λ_{HC} besitzt.

Eine andere Wahl von eichenanomaliefreier Darstellung von elementaren Fermionen ist durch die Einführung von $n + 4$ Feldern ψ_i^α ($\alpha = 1 \dots n$; $i = 1 \dots n+4$), die sich nach der $\square$ -Darstellung von $SU(n)_{HC}$ transformieren, und von einem Feld $\chi_{\{\alpha\beta\}}$ das sich nach der $\square\square$ (symmetrisches Tensorprodukt) Darstellung transformiert, gegeben. Die chirale "Hyperflavor"-Symmetrie G_{HF} hat dann die Form:

$$G_{HF} = SU(n+4) \times U(1)_Q \quad (4.25)$$

mit

$$Q = (n+2) N_\psi - (n+4) N_\chi$$

Die zusammengesetzten "Hypercolor"-Singulett-Fermionen der Form

$\psi_{i,j} = \psi_i^\alpha \psi_j^\beta \chi_{\alpha\beta}$ transformieren sich unter G_{HF} wie folgt:

	$SU(n+4)$	$U(1)_Q$	
$\psi_{\{i,j\}}^A$	$\square$	n	(4.26)
$\psi_{\{i,j\}}^S$	$\square\square$	n	

Sie haben unter Berücksichtigung der Fermistatistik (Grundzustandswellenfunktion jetzt symmetrisch bezüglich Hyperfarbe) die folgende Spinstruktur:

$$\begin{aligned} \psi_{\{i,j\}}^A &= \psi^{\dagger\dagger} = (\sigma^\mu)_a^b \chi_b \psi_{ic} (\sigma^\mu \sigma_2)^{cd} \psi_{jd} \\ \psi_{\{i,j\}}^S &= \psi^{\dagger\dagger} = \chi_a \psi_{ib} (\sigma_2)^{bc} \psi_{jc} \end{aligned} \quad (4.27)$$

In diesem Fall erfüllen gerade die Felder ψ^A die t'Hooft-Bedingung, während ψ^S massiv ist.

c) Vektorielltes Fermion-Boson-Modell

Schließlich wollen wir kurz ein Preonmodell mit elementaren Fermionen und auch mit elementaren Bosonen diskutieren [77]. Wir betrachten eine "Hypercolor"-Theorie $SU(n)_{HC}$ mit m_f links- und rechtshändigen Fermionen $f_{\alpha L(R)}^i$

($i = 1 \dots m_f$; $\alpha = 1 \dots n$) und m_b Bosonen b_j^α ($j = 1 \dots m_b$; $\alpha = 1 \dots n$) in der fundamentalen bzw. antifundamentalen Darstellung von $SU(n)_{HC}$ (s. auch Abschnitt 3.3.1). Somit besitzt die Preon-Lagrangefunktion folgende chirale globale "Hyperflavor"-Symmetrie G_{HF} :

$$G_{HF} = SU(m_f)_L \times SU(m_f)_R \times U(1)_V \times SU(m_b) \quad (4.28)$$

Bei Λ_{HC} entstehen "Hypercolor"-Singulett-Fermionen der Form $F_j^i \approx f_\alpha^i b_j^\alpha$. Diese bilden wie die Preonen f fundamentale Darstellungen bezüglich $SU(m)_{L(R)}$. Die t'Hooft-Bedingung bezüglich $[SU(m)_{L(R)}]^3$ ist dann erfüllt, wenn gilt:

$$n = \ell(\text{fund}) \cdot m_b \quad (4.29)$$

$\ell(\text{fund.})$ ist dabei der t'Hooft-Index des masselosen zusammengesetzten Fermions F und kann auch als Generationszahl aufgefaßt werden, so daß man erhält:

$$n = n_G \cdot m_b \quad (4.30)$$

Somit kann eine bestimmte Generationszahl eine bestimmte Anzahl von "Hypercolor"-Freiheitsgraden erfordern und umgekehrt.

Wie man schon an diesem einfachen Beispiel einsehen kann, ist die t'Hooft-Bedingung in den meisten Fermion-Boson-Modellen im Gegensatz zu den reinen Fermionmodellen leicht zu erfüllen, da sich die zusammengesetzten Fermionen nach der gleichen "Hyperflavor"-Darstellung wie die elementaren Fermionen transformieren.

4.2.1.3 Dynamische Realisierung der chiralen Symmetrie

Wie wir schon erwähnt haben, ist die Erfüllung der t'Hooft-Bedingung nur eine notwendige Bedingung dafür, daß die chirale globale "Hyperflavor"-Symmetrie ungebrochen ist. Ob in Wirklichkeit aber diese spontan gebrochen oder ungebrochen ist, kann nur durch dynamische Überlegungen geklärt werden. Deswegen wollen wir kurz ohne Anspruch auf Vollständigkeit einige Versuche aufzählen, eine Antwort auf diese Frage zu geben.

Kommen wir zuerst zu den vektoriellen Eichgruppen. Da in der QCD als physikalisch realisiertes Beispiel dieser Modelle die chirale Symmetrie spontan gebrochen ist, legt dies den naiven Schluß nahe, daß bei allen vektoriellen Eichgruppen die Tendenz besteht, die chirale Symmetrie spontan zu brechen.

Diese Vermutung wird durch effektive Potentialberechnungen, wie wir sie in Abschnitt 2.2.1 diskutiert haben, gestützt. Zusätzlich zeigten Vafa und Witten [78] unter Ausnutzung der positiven definiten Fermiondeterminante im Funktionalintegral, daß in vektoriellen Eichtheorien der axiale Anteil der chiralen Symmetrie stets spontan gebrochen wird, der vektorielle Anteil aber erhalten bleibt. Das gleiche Resultat erhielten Coleman und Witten [79] bei Betrachtung von vektoriellen Eichtheorien im Grenzfall großer n , indem sie zeigten, daß für große n nur masselose zusammengesetzte Bosonen einen Pol in der Dreipunkt-Korrelationsfunktion Γ_{abc} erzeugen können, so daß die chirale Symmetrie spontan gebrochen sein muß. Deswegen ist es sehr plausibel anzunehmen, daß die chirale Symmetrie in vektoriellen Eichtheorien immer spontan gebrochen ist, obwohl ein Beweis im strengen Sinne hierfür nicht existiert und deshalb Preonmodelle auf dieser Basis nicht total ausgeschlossen sind.

Eine ausgezeichnete dynamische Alternative stellen jedoch die chiralen Eichtheorien dar, in denen man schon naiv erwarten kann, daß die globale chirale Symmetrie zumindest teilweise erhalten bleibt, da jeder Massenterm zwischen den elementaren Fermionen aus Eichinvarianzgründen verboten ist. Diese Vermutung ist durch Betrachtungen von chiralen Eichtheorien im Fall $n \rightarrow \infty$ untermauert worden [80]. Im Gegensatz zu den vektoriellen Eichtheorien erzeugen hier für große n zusammengesetzte Fermionen der Form $\Psi = \chi\psi$ einen Pol in Γ_{abc} , so daß die chirale Symmetrie ungebrochen ist. Somit sollten chirale Eichtheorien fähig sein, masselose fermionische Bindungszustände zu erzeugen.

Daneben sind auch die Argumente von Vafa und Witten bzw. Coleman und Witten nicht in Modellen gültig, in denen neben elementaren Fermionen auch bosonische Preonen existieren, so daß auch hier chirale Symmetrie ungebrochen sein könnte.

4.2.2 Massives fermionisches Spektrum

4.2.2.1 Paritäts-Dubletts

Neben den im letzten Abschnitt diskutierten masselosen zusammengesetzten Fermionen erwartet man in einer "Hypercolor"-Eichtheorie mit starker Kopplung natürlich auch ein breites Spektrum von massiven fermionischen Bindungszuständen, deren Masse der Ordnung Λ_{HC} Ausdruck der hyperchromodynamischen Wechselwirkung ist.

a) Zustände mit t'Hooft-Index $\ell = 0$

Wir wollen das Spektrum der fermionischen Bindungszustände F in zwei verschiedene Arten aufteilen: Einmal gibt es Zustände $F(R)$, die sich unter der R -Darstellung bezüglich der anomaliefreien chiralen "Hyperflavor"-Symmetrie transformieren und einen nicht verschwindenden t'Hooft-Index $\ell(R)$ besitzen. Diese beschreiben die masselosen zusammengesetzten Fermionen und ihr Anregungsspektrum. Zum anderen kann es aber auch im allgemeinen eine Reihe von Fermionen $F(R')$ in der Darstellung R' geben, deren t'Hooft-Index gleich Null ist. Diese sind zusammengesetzte Fermionen, deren Grundzustand eine Masse der Ordnung Λ_{HC} hat.* Wie kann man sich nun den Ursprung der Masse dieser Zustände vorstellen und wie lassen sich die Massenterme dieser Fermionen im Rahmen einer effektiven chiral invarianten Lagrange-funktion beschreiben? Wir betrachten in diesem Abschnitt insbesondere solche Zustände, deren Massenterm** $\bar{F}F = \bar{F}_L F_R + \bar{F}_R F_L$ aufgrund der Darstellung R' nicht invariant unter der anomaliefreien globalen chiralen "Hyperflavor"-Symmetrie G_{HF} ist: $F_L \sim R', F_R \sim \tilde{R}' \Rightarrow \bar{F}_L(R') \cdot F_R(\tilde{R}') \sim R' \times \tilde{R}' \neq 1$ (für $G_{HF} \approx SU(m)_L \times SU(m)_R$ gilt: $F_L \sim R' = (R_1, R_2), F_R \sim \tilde{R}' = (R_2, R_1) \Rightarrow \bar{F}_L(R') \cdot F_R(\tilde{R}') \sim (\tilde{R}_1, \tilde{R}_2) \times (R_2, R_1) \neq (1, 1)$).

Der verschwindende t'Hooft-Index $\ell(R')$ hat nun gemäß seiner Definition zur Folge, daß es zu jedem linkshändigen zusammengesetzten Fermion $F_L(R')$ auch ein rechtshändiges Fermion $F'_R(R')$ in der gleichen Darstellung R' und zu jedem rechtshändigen Fermion $F_R(\tilde{R}')$ auch ein linkshändiges Fermion $F'_L(\tilde{R}')$ in der gleichen Darstellung $\tilde{R}'$ gibt, so daß sich die schweren Fermionen $F(R')$ in vektoriellen Darstellungen bezüglich G_{HF} befinden. Mit diesen zusätzlichen Fermionen lassen sich jetzt lorentzinvariante Massenterme konstruieren, die gleichzeitig auch invariant unter der globalen chiralen Symmetrie G_{HF} sind:

$$L_M = m_{R'} (\bar{F}'_L(R') F'_R(R') + \bar{F}'_L(\tilde{R}') F'_R(\tilde{R}') + \text{h.c.}) , m_{R'} \sim \Lambda_{HC} \quad (4.31)$$

Da $F_L(R')$ und $F'_R(R')$ entgegengesetzte Parität besitzen, bilden diese

* Eine andere, aber unwahrscheinlichere Möglichkeit ist, daß diese Fermionen gar nicht als Bindungszustände existieren.

** In chiralen Eichtheorien, in denen nur linkshändige Fermionen vorhanden sind, läßt sich der entsprechende lorentzinvariante Massenterm als $\bar{F}_L F_L$ schreiben.

beiden Felder ein sogen. Paritätsdublett. Solche Paritätsdubletts sind schon bei der Konstruktion des nichtlinearen σ -Modells der Pion-Nukleon-Wechselwirkung eingeführt worden, um chirale invariante Nukleonmassenterme zu konstruieren, (s. z.B. Ref. [81]). Man kann also $F(R')$ und $F'(R')$ zu einem Paritätsdublettfeld zusammenfassen:

$$\Psi(R') = \begin{pmatrix} F(R') \\ F'(R') \end{pmatrix} \quad (4.32)$$

Unter der Paritätsoperation transformiert sich Ψ wie:

$$P: \quad \Psi(x, t) = \rho_3 \gamma_0 \Psi(-x, t) \quad (4.33)$$

wobei ρ_i ($i = 1, 2, 3$) die Paulimatrizen im 2×2 -Paritätsdublettraum sind. Damit läßt sich der chiralinvariante Massenterm (Gl.(4.31)) auch schreiben als:

$$L_M = m_R \bar{\Psi}(R') \Psi(R') \quad (4.34)$$

Wir können nun die Struktur der effektiven Lagrangefunktion angeben, die die Wechselwirkung der masselosen zusammengesetzten Fermionen sowohl untereinander als auch mit den massiven Fermionen $\Psi(R')$ beschreibt:

$$\begin{aligned} L_{\text{eff}} = & \sum_{\substack{R=\text{masselose} \\ \text{zus.Fermionen}}} [\bar{F}(R) i \gamma_\mu \partial^\mu F(R) + L_{\text{eff}}(F(R))] \\ & + \sum_{\substack{R'=\text{massive} \\ \text{zus.Fermionen}}} [\bar{\Psi}(R') (i \gamma_\mu \partial^\mu + m_R) \Psi(R') + L_{\text{eff}}(\Psi(R'))] \\ & + \sum_{R, R'} L_{\text{eff}}(F(R), \Psi(R')) \end{aligned} \quad (4.35)$$

$L_{\text{eff}}(F(R))$ beschreibt die effektive, durch die Preodynamik verursachte Wechselwirkung der masselosen Fermionen untereinander und ist im allgemeinen nicht renormierbar. Sie kann z.B. 4-Fermionwechselwirkungen enthalten, die mit Λ_{HC} unterdrückt sein müssen und zu denen insbesondere auch die schwache Wechselwirkung gehören kann. Analog beschreibt $L_{\text{eff}}(\Psi(R'))$ die Wechselwirkung der massiven Fermionen untereinander und $L_{\text{eff}}(F(R), \Psi(R'))$ die Wechselwirkung der masselosen mit den massiven Feldern. Die Form all dieser effektiven Wechselwirkungen ist dadurch beschränkt, daß sie invariant unter der chiralen "Hyperflavor"-Symmetrie G_{HF} sein muß. Diese Tatsache reflektiert die "Hypercolor"-Dynamik der masselosen Preonen, in der keine Helizitätsänderungen der elementaren Fermionen möglich

ist. Im Gegensatz zum nichtlinearen σ -Modell der effektiven Pionwechselwirkung (Gl.(2.47)) gibt es aber in diesem Fall keine weiteren dynamischen Einschränkungen, die die effektive Wechselwirkung sogar eindeutig bestimmen könnten, da hier die chirale Symmetrie ungebrochen ist, so daß keine PCAC-Relationen existieren (f_π ist jetzt gleich Null). Analog ist auch die Wechselwirkung zwischen den masselosen und massiven Fermionen anders als die π, ρ, A_1 -Wechselwirkung (Gl.(2.50)) in der starken Wechselwirkung nicht weiter eingeschränkt. Allerdings kann man natürlich Annahmen analog der Vektor-Meson-Dominanz machen, daß nämlich die entsprechenden Strukturfunktionen nur durch die (massiven) Grundzustände dominiert werden.

Schließlich wollen wir am Ende dieses Abschnitts beschreiben, auf welche Weise man sich die zusammengesetzten Paritätsdubletts explizit aus den elementaren Fermionen konstruieren kann. Wir betrachten daher als Beispiel ein linkshändiges Fermion, das in folgender Form aus drei Preonen aufgebaut ist, wobei die Spins der beiden letzten Preonen antisymmetrisch sind (s. Gl.(4.13)):

$$F_L^{\uparrow\downarrow} \sim f_L f_L f_L \sim \psi_a \psi_b (\sigma_2)^{bc} \psi_c \quad (4.36)$$

Als Spin 1/2 -Fermion transformiert es sich unter der Lorentzgruppe wie (1/2,0). Eine Möglichkeit, den Paritätspartner zu F_L zu konstruieren, liegt darin, Bahndrehimpulsanregungen mit ungeradem Bahndrehimpuls L zu betrachten, die bekannterweise entgegengesetzte Parität wie der Grundzustand besitzen. Betrachten wir die Bahndrehimpulsanregung mit $L = 1$. Diese kann durch den Operator der kovarianten Ableitung $D_\mu = \partial_\mu - ig_{HC} \lambda^a G_\mu^a$ ($G_\mu^a =$ "Hypercolor"-Eichfeld) ausgedrückt werden:

$$F_R^{\uparrow\downarrow} \sim (\sigma^\mu)^{ab} \psi_b \psi_c (\sigma_2 D_\mu)^{cd} \psi_d \quad (4.37)$$

Da sich D_μ wie (1/2,1/2) unter der Lorentzgruppe transformiert, beschreibt $F_R^{\uparrow\downarrow}$ in der Tat ein rechtshändiges Spin 1/2 -Fermion in der gleichen "Hyperflavor"-Darstellung wie F_L . Analog ist der Paritätspartner zu

$$F_L^{\uparrow\downarrow} \sim (\sigma^\mu)^{ab} \psi_b \psi_c (\sigma_2 \sigma_\mu)^{cd} \psi_d \quad (4.38)$$

durch den orbital angeregten Zustand

$$F_R^{\uparrow\downarrow} \sim (\sigma^\mu \sigma^\nu)^{ab} \psi_b \psi_c (\sigma_2 \sigma_\mu D_\nu)^{cd} \psi_d \quad (4.39)$$

gegeben.

Eine zweite Möglichkeit, Paritätspartner explizit für zusammengesetzte Fermionen zu konstruieren, ist, Paaranregungen zu betrachten. Der paar-

angeregte Zustand zu $F_L^{\uparrow\downarrow}$ ist durch

$$F_R^{\uparrow\downarrow} = (\sigma^\mu)^{ab} \psi_b \psi_c (\sigma_2 \psi_e^\dagger (\sigma^\mu)^{ef} \psi_f)^{cd} \psi_d \quad (4.40)$$

gegeben, da sich das Vektorteilchen $\psi_e^\dagger (\sigma^\mu)^{ef} \psi_f$ wiederum wie $(1/2, 1/2)$ unter der Lorentzgruppe transformiert.

Somit können für zusammengesetzte Fermionen im Gegensatz zu den elementaren Preonen die Paritätspartner in natürlicher Weise existieren.

b) Zustände mit t'Hooft-Index $\ell \neq 0$

Wie wir gesehen haben, beschreiben fermionische Bindungszustände $F(R)$ mit t'Hooft-Index $\ell(R) \neq 0$ die masselosen zusammengesetzten Teilchen der "Hypercolor"-Theorie; die Anzahl der masselosen Fermionen $F(R)$ in der G_{HF} -Darstellung R ist durch den t'Hooft-Index gegeben. Neben dem masselosen Grundzustand erwartet man aber auch ein Spektrum von angeregten Fermionen $F^*(R)$ in der gleichen Darstellung R , deren Masse von der Ordnung Λ_{HC} ist. Um chiral invariante Massenterme für die angeregten Fermionen $F^*(R)$ zu erhalten, müssen diese wiederum in Paritätsdoublets vorliegen. Deswegen sind die zusammengesetzten Fermionen $F(R)$, deren Masse aufgrund einer erhaltenen chiralen Symmetrie verschwindet, auf jeden Fall von einem angeregten Spektrum schwerer Paritätsdoublets $\Psi^*(R) = \begin{pmatrix} F^*(R) \\ F^{\dagger*}(R) \end{pmatrix}$ begleitet. Wir können also unsere effektive Lagrangedichte von Gl.(4.35) noch um einen zusätzlichen Term L'_{eff} erweitern, der die Masse der angeregten Fermionen F^* und deren effektive Wechselwirkung mit den übrigen Fermionen beschreibt:

$$L'_{eff} = \sum_R \left[\bar{\Psi}^*(R) (i \gamma_\mu \partial^\mu + m^*(R)) \Psi(R) + L'_{eff}(\Psi^*(R), F(R)) \right] + \sum_{R, R'} L'_{eff}(\Psi^*(R), \Psi(R')) \quad (4.41)$$

Als einzige Bedingung an die effektive Lagrangefunktion L'_{eff} stellen wir wiederum nur die Invarianz unter der chiralen G_{HF} -Symmetrie.

4.2.2.2 Fermionmassenerzeugung durch "Hypercolor"-Instantonen

In Analogie zur Fermionmassenerzeugung des η' -Mesons in der QCD ist es auch in den "Hypercolor"-Theorien möglich, daß bestimmte Fermionen aufgrund von Instantonen massiv werden [82]. Dies wollen wir im folgenden näher betrachten.

Wie wir am Beispiel der QCD (Abschnitt 2.2.1.5) schon diskutiert haben, ist ein Teil der chiralen "Hyperflavor"-Symmetrie, nämlich die axiale $U(1)_A$ -Symmetrie, durch die effektive, durch "Hypercolor"-Instantonen induzierte Wechselwirkung zwischen den elementaren Fermionen gebrochen oder besitzt gleichbedeutend dazu eine Anomalie. Somit wird durch die Existenz der "Hypercolor"-Instantonen die anomaliebehaftete "Hyperflavor"-Symmetrie $\hat{G}_{HF}$ auf die anomaliefreie "Hyperflavor"-Symmetrie

$$G_{HF} = \frac{\hat{G}_{HF} \times Z_A}{U(1)_A} \quad (4.42)$$

reduziert, wobei Z_A diejenige diskrete Untergruppe von $U(1)_A$ ist, die unter der effektiven durch Instantonen induzierten Fermionwechselwirkung invariant ist (s. auch Fußnote S. 27). An dieser Stelle wollen wir hervorheben, daß die t'Hooft-Bedingung in der Form, wie sie im letzten Abschnitt diskutiert und angewendet wurde, immer bezüglich der anomaliefreien Gruppe G_{HF} gemeint ist. Wir wollen nun zusammengesetzte Fermionen $F(R'')$ in der G_{HF} -Darstellung R'' betrachten, deren Massenterm $\bar{F}_L(R'') \cdot F_R(\tilde{R}'') + \text{h.c.}$ invariant unter der anomaliefreien Gruppe G_{HF} , aber nicht invariant unter $\hat{G}_{HF}$ ist. Diese Bedingung ist dann erfüllt, wenn von der diskreten Z_A -Symmetrie abgesehen, für die Darstellung R'' gilt: $R'' = \tilde{R}''$. Der Massenterm ist also nicht unter der anomaliebehafteten $U(1)_A$ -Symmetrie, jedoch aber unter der diskreten Z_A -Symmetrie invariant. Deswegen ist klar, daß diese Fermionen $F(R'')$ gerade durch die effektive, durch "Hypercolor"-Instantonen induzierte Preonwechselwirkung massiv werden [83]. Die Stärke der Instantonwechselwirkung ist charakterisiert durch $\exp(-8\pi^2/g_{HC}^2)$ (s. Gl.(2.74)). Für den vorliegenden Fall eines Preonmodells mit starker Bindung ist dieser Faktor von der Ordnung 1. Deswegen erwartet man, daß die Massen für die zusammengesetzten Fermionen, die durch die Instantonwechselwirkung erzeugt werden, von der Ordnung Λ_{HC} sind. Klarerweise tragen die Fermionen $F(R'')$ nicht zu den Anomalien bezüglich G_{HF} bei, jedoch würden sie bei der Berechnung der Dreiecksanomalien bezüglich $\hat{G}_{HF}$ nichtverschwindende Beiträge liefern.

Da der Massenterm $\bar{F}_L(R'') \cdot F_R(\tilde{R}'') + \text{h.c.}$ invariant unter G_{HF} ist, liegt kein Grund vor zu der Annahme, daß die zusammengesetzten Fermionen $F(R'')$ in Paritätsdubletts vorliegen. Die "Hypercolor"-Instantonen brechen nämlich die chirale Symmetrie gerade so, daß die Entartung zwischen den vorhandenen Paritätspartnern $F(R'')$ und $F'(\tilde{R}'')$ aufgehoben wird. Ihre Massendifferenz (wie ihre Masse) ist dann von der Ordnung Λ_{HC} . (Deswegen trägt in einem Bild, in dem die Strukturfunktionen nur durch den niedrigsten Bindungs-

zustand dominiert werden, nur ein Paritätspartner zur effektiven Wechselwirkung bei.) Nun können wir zusammenfassend die Struktur des gesamten fermionischen Spektrums der masselosen und massiven Bindungszustände folgendermaßen in Abb. 25 darstellen.

$$m \sim \lambda_{HC} \quad \underline{F^*(R)} \quad \underline{F^{*'}(R)} \quad \underline{F(R')'} \quad \underline{F'(R')'} \quad \begin{array}{c} \underline{F'(R'')} \\ \updownarrow \lambda_{HC} \\ \underline{F(R'')} \end{array} \quad \text{Abb. 25}$$

$$m = 0 \quad \underbrace{\underline{F(R_*)}}_{\ell(R) \neq 0} \quad \underbrace{\quad}_{\ell(R') = 0} \quad \underbrace{\quad}_{\ell(R'') \neq 0}$$

Instantonmassen

Wir wollen nun die Erzeugung der Fermionmassen durch "Hypercolor"-Instantonen in einigen expliziten Beispielen betrachten, die wir auch schon im Zusammenhang mit der t'Hooft-Bedingung diskutiert haben. Wir beschränken uns jetzt auf Modelle mit nur fermionischen Preonen, da eventuell vorhandene bosonische Preonen nicht an der effektiven Instantonwechselwirkung teilhaben und deswegen die folgenden Argumente unverändert lassen.

a) Vektorielltes Fermionmodell

Wir betrachten eine vektorielle Eichtheorie $SU(n)_{HC}$ mit m links- und rechtshändigen Preonen $f_{\alpha L(R)}^i$ ($\alpha = 1 \dots n$; $i = 1 \dots m$). Somit besitzt die Theorie auf klassischer Ebene folgende chirale "Hyperflavor"-Symmetrie $\hat{G}_{HF}$:

$$\hat{G}_{HF} = SU(m)_L \times SU(m)_R \times U(1)_V \times U(1)_A \quad (4.43)$$

Diese wird durch die effektive Instantonwechselwirkung

$$L_{eff}^{inst} \sim \exp \left(-\frac{8\pi^2}{g_{HC}^2} \right) f(\lambda_{HC}) \cdot \varepsilon^{i_1, i_2, \dots, i_m} \cdot \varepsilon_{j_1, j_2, \dots, j_m} \cdot \bar{f}_{i_1 L} \bar{f}_{i_2 L} \dots \bar{f}_{i_m L} \cdot f_R^{j_1} \cdot f_R^{j_2} \dots f_R^{j_m} + h.c. \quad (4.44)$$

auf G_{HF} gebrochen (s. Abschnitt 2.2.1.5):

$$G_{HF} = SU(m)_L \times SU(m)_R \times U(1)_V \times Z(2m)_A \quad (4.45)$$

Die effektive Instantonwechselwirkung ist in Abb. 26 gezeigt:



Abb. 26

Die zusammengesetzten "Hypercolor"-Singulett-Fermionen haben folgende Form:

$$F \sim \varepsilon^{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m} f_{\alpha_1} \cdot f_{\alpha_2} \cdot \dots \cdot f_{\alpha_m} \quad (4.46)$$

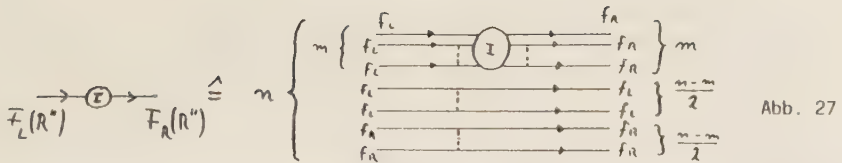
Links- und rechtshändige Fermionen F_L, F_R bilden irreduzible Darstellungen $R = (R_1, R_2)_{Q_A}$ bzw. $\tilde{R} = (R_2, R_1)_{-Q_A}$ unter $SU(m)_L \times SU(m)_R \times Z(2m)_A$, wobei Q_A die axiale Ladung des Fermions bedeutet (linkshändige elementare Fermionen haben $Q_A = 1$, rechtshändige $Q_A = -1$). Welche Transformationseigenschaften müssen nun diejenigen zusammengesetzten Fermionen $F(R'')$ haben, deren Masse durch die Instantonwechselwirkung erzeugt wird? Wegen der $Z(2m)_A$ -Invarianz muß $Q_A = \pm m$ sein, woraus folgt, daß $F_L(R'')$ mindestens m linkshändige Preonen f_L und $F_R(\tilde{R}'')$ mindestens m rechtshändige Preonen f_R enthalten muß. Das hat jedoch zur Folge, daß mit Gl.(4.46) $m \leq n$ ist. Zum anderen muß der Massenterm $\bar{F}_L(R'') F_R(R'')$ invariant unter $SU(m)_L \times SU(m)_R$ sein, so daß sich $F_L(R'')$ und $F_R(\tilde{R}'')$ gleich unter $SU(m)_L \times SU(m)_R$ transformieren müssen: $R''_1 = R''_2$. F_L und F_R haben also folgende "Hyperflavor"-Transformations-eigenschaften:

$$\begin{aligned} F_L(R'') &= (R'', R'')_{\pm m} \\ F_R(\tilde{R}'') &= (R'', R'')_{\mp m} \end{aligned} \quad (4.47)$$

Um diese Gleichung zu erfüllen, müssen $F_L(R'')$ bzw. $F_R(\tilde{R}'')$ folgende Form bezüglich der "Hyperflavor"-Indizes besitzen:

$$\begin{aligned} F_L &\sim f_L^{i_1} \cdot f_L^{i_2} \cdot \dots \cdot f_L^{i_{\frac{n-m}{2}}} \cdot f_R^{i_1} \cdot f_R^{i_2} \cdot \dots \cdot f_R^{i_{\frac{n-m}{2}}} \cdot \varepsilon^{j_1, j_2, \dots, j_m} \cdot f_L^{j_1} \cdot \dots \cdot f_L^{j_m} \\ \bar{F}_R &\sim f_R^{i_1} \cdot f_R^{i_2} \cdot \dots \cdot f_R^{i_{\frac{n-m}{2}}} \cdot f_L^{i_1} \cdot f_L^{i_2} \cdot \dots \cdot f_L^{i_{\frac{n-m}{2}}} \cdot \varepsilon^{j_1, j_2, \dots, j_m} \cdot f_R^{j_1} \cdot \dots \cdot f_R^{j_m} \end{aligned} \quad (4.48)$$

In diesem Fall kann die effektive Instantonwechselwirkung von Abb. 26 eine Helizitätsänderung und deshalb auch einen Massenterm für $F(R'')$ erzeugen. Dies ist in Abb. 27 gezeigt.



Um Gl. (4.48) zu erfüllen, fällt auf, daß diejenigen Preonen, die nicht an der Instantonwechselwirkung beteiligt sind, immer in gleicher Anzahl von links- und rechtshändigen Feldern vorkommen müssen. Daraus kann man folgern, daß die Zahl der "Hyperflavor" m ungerade sein muß, um überhaupt einen derartigen Instantonmassenterm konstruieren zu können, da auch die Anzahl der fermionischen Konstituenten von F immer eine ungerade Zahl ist.

Der durch die "Hypercolor"-Instantonen erzeugte Massenterm für $F(R'')$ läßt sich auch im Rahmen der effektiven Lagrangefunktion beschreiben. Er muß folgende Form besitzen:

$$L_{\text{Mass}} \sim q(x) \cdot f(\bar{F}_L(R'') F_R(\tilde{R}'') + \text{h.c.}) \quad (4.49)$$

f ist dabei eine allgemeine Funktion von $\bar{F}_L F_R + \text{h.c.}$ Die topologische Ladungsdichte $q(x)$, die in Gl.(2.72) definiert wurde, stellt dabei sicher, daß der Massenterm im Grenzfall $n \rightarrow \infty$ verschwindet, da in diesem Fall die $U(1)_A$ -Anomalie nicht mehr vorhanden ist. Somit wären diese Fermionen für $n \rightarrow \infty$ entweder masselos oder entartete Paritätsdubletts.

b) Chirales Fermionmodell

Als nächstes betrachten wir die chirale Eichgruppe $SU(n)_{\text{HC}}$ mit $n-4$ Feldern ψ_i^α ($\alpha = 1 \dots n$; $i = 1 \dots n-4$) in der antifundamentalen Darstellung und ein Feld $\chi_{[\alpha\beta]}$ in der antisymmetrischen Tensordarstellung (s. Abschn.4.2.1.2 b))

Die chirale "Hyperflavor"-Symmetrie

$$\hat{G}_{\text{HF}} = SU(n-4) \times U(1)_{Q_1} \times U(1)_{Q_2} \quad (4.50)$$

mit

$$Q_1 = N_\chi, \quad Q_2 = N_\psi$$

wird durch die effektive Instantonwechselwirkung (s. Abb. 28)

$$L_{\text{eff}} \sim \exp \left(\frac{-8\pi^2}{g^2_{\text{HC}}} \right) f(\lambda_{\text{HC}}) \cdot \epsilon_{\alpha_1, \dots, \alpha_{n-4}} \cdot \epsilon^{i_1, i_2, \dots, i_{n-4}} \cdot \psi_{i_1}^{\alpha_1} \psi_{i_2}^{\alpha_2} \dots \psi_{i_{n-4}}^{\alpha_{n-4}} \chi_{[\alpha_1, \alpha_2]} \dots \chi_{[\alpha_{2n-5}, \alpha_{2n-4}]} \quad (4.51)$$

auf die anomaliefreie "Hyperflavor"-Symmetrie

$$G_{HF} = SU(n-4) \times U(1)_Q \times Z(n-4)_{Q_1} \quad (4.52)$$

mit

$$Q = (n-2) N_\psi - (n-4) N_\chi$$

gebrochen.

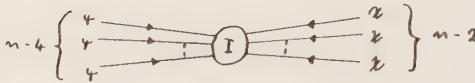


Abb. 28

Das zusammengesetzte Teilchen $\Psi_{[i,j]}^A$ (s. Gl.4.26) und (4.27)) erfüllt als masseloses Fermion gerade die t'Hooft-Bedingungen. Das Feld $\Psi_{[i,j]}^S$ beschreibt jedoch einen massiven Freiheitsgrad. Interessanterweise wird seine Masse aber gerade durch die effektive Instantonwechselwirkung von Gl.(4.51) erzeugt, wenn man zusätzlich noch folgendes zusammengesetzte Fermifeld $\Psi_{i_1 \dots i_{n-6}}$ einführt [76].

$$\Psi_{i_1 \dots i_{n-6}} \approx \varepsilon^{\alpha_1 \dots \alpha_{n-4}} \cdot \psi_{i_1}^{\alpha_1} \dots \psi_{i_{n-6}}^{\alpha_{n-6}} \cdot \chi_{[\alpha_1, \dots, \alpha_{n-4}]} \quad (4.53)$$

Der Massenterm zwischen $\Psi_{[i,j]}^S$ und $\Psi_{i_1 \dots i_{n-6}}$ ist diagrammatisch in Abb. 29 gezeigt und läßt sich in der effektiven Lagrangefunktion schreiben als:

$$L_{M_{ij}} \sim g(x) f \left(\varepsilon^{i_1 \dots i_{n-4}} \Psi_{[i_1, i_2]} \cdot \Psi_{i_3, \dots, i_{n-4}} \right) \quad (4.54)$$

wobei f eine Funktion von $\Psi_{[i_1, i_2]} \Psi_{i_3, \dots, i_{n-4}}$ ist.



Abb. 29

4.2.3 Radiative Massenerzeugung für zusammengesetzte Quarks und Leptonen

In den letzten Kapiteln haben wir gesehen, auf welche Weise eine vorhandene globale chirale "Hyperflavor"-Symmetrie für die Masselosigkeit von zusammengesetzten Fermionen verantwortlich sein kann. Wir wissen jedoch, daß Quarks und Leptonen eine zwar im Vergleich zu Λ_{HC} kleine, aber nicht verschwindende Masse besitzen. Das bedeutet, daß die chirale "Hyperflavor"-Symmetrie nicht exakt sein kann, sondern auf jeden Fall schwach gebrochen sein muß. Wir wollen uns in unserer Arbeit auf die Möglichkeit beschränken, daß Quark- und Leptonmassen allein aufgrund von elektromagnetischen

und starken SU(3)-Coloreffekten entstehen. In diesem Zusammenhang wäre zu verstehen, warum Quarks schwerer als Leptonen und eventuell auch warum Fermionen mit größerer elektrischer Ladung schwerer als Fermionen mit kleinerer Ladung sind.

Bei der Betrachtung der "Hypercolor"-Theorie und der Struktur der zusammengesetzten Fermionen haben wir bis jetzt die bekannten Eichwechselwirkungen wie Elektromagnetismus, Farbe oder auch schwache Wechselwirkung außer Betracht gelassen. Jedoch tragen im allgemeinen die Preonen auch elektrische, Farb- und schwache Ladung, so daß die gesamte Eichsymmetrie der Theorie gegeben ist durch:

$$G_{\text{eich}} = \begin{cases} SU(n)_{\text{HC}} \times SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y & \text{(a)} \\ SU(n)_{\text{HC}} \times SU(3)_C \times U(1)_Q & \text{(b)} \end{cases} \quad (4.55)$$

Wir haben dabei angenommen, daß Gluonen sowie Photonen auf jeden Fall elementare Eichteilchen sind; Gl.(4.55 a) entspricht dem Fall, daß $W^\pm$ und Z-Bosonen elementar sind, Gl.(4.55 b) dem Fall, daß diese Teilchen aus Preonen zusammengesetzt sind. Wegen dieser zwei Möglichkeiten der verschiedenen Realisierung der schwachen Wechselwirkung wollen wir im folgenden nur die elektromagnetische und starke Wechselwirkung betrachten. (Der Austausch von schwachen Eichbosonen kann wegen der rein linkshändigen V-A -Kopplung nur in höherer Ordnung zu den radiativen Fermionmassen beitragen.)

Wegen $\Lambda_{\text{HC}} \gtrsim 1 \text{ TeV} \gg \Lambda_{\text{QCD}}$ weiß man, daß $g_{\text{HC}} \gg g_3, g_1$. Deswegen ist es erlaubt, die Theorie in erster Näherung für $g_3, g_1 = 0$ zu betrachten. In diesem Fall besitzt die "Hypercolor"-Theorie eine globale chirale "Hyperflavor"-Symmetrie G_{HF} , wie wir es in den beiden letzten Abschnitten diskutierten. Die verschiedenen Farbfreiheitsgrade (und auch SU(2)-Freiheitsgrade) der Preonen sind nur als verschiedene "Hyperflavors" aufzufassen und erzeugen einen Teil der globalen "Hyperflavor"-Symmetrie. Somit ist klar, daß $SU(3)_C$ und $U(1)_Q$ Untergruppen von G_{HF} sein müssen. Für $g_3, g_1 \neq 0$ wird die $SU(3)_C \times U(1)_Q$ -Untergruppe von G_{HF} zur lokalen Eichsymmetrie, so daß G_{HF} durch die Eichung dieser beiden Gruppen explizit auf G'_{HF} gebrochen wird. G'_{HF} enthält als lokalen Teil die $SU(3)_C \times U(1)_Q$ -Eichsymmetrie sowie im allgemeinen einen zusätzlichen globalen Teil, der auch noch chirale Symmetrien enthalten kann.

Man kann nun also genauso wie bei der expliziten Pionmassenerzeugung in der QCD (s. Abschnitt 2.2.1.4) die Lagrangefunktion der "Hypercolor"-Theorie

in einen Teil L_{inv} , der invariant unter der globalen chiralen "Hyperflavor"-Symmetrie G_{HF} ist, und in einen Teil $L_{\text{Stör}}$, der die explizite Brechung der "Hyperflavor"-Symmetrie durch die Eichung von $SU(3)_C \times U(1)_Q$ beschreibt, zerlegen. Allgemein ist dann die Masse der zusammengesetzten Fermionen in Störungstheorie gegeben durch:

$$m_F = - \langle F | L_{\text{Stör}} | F \rangle \quad (4.56)$$

Für den Fall der $SU(3)_C$ - $U(1)_Q$ -Eichung ist $L_{\text{Stör}}$ gegeben durch:

$$L_{\text{Stör}} = \frac{g_3^2}{2} (g_1^2) \int d^4y \Delta^{\mu\nu}(x-y) \bar{T} \left(J_\mu(x) J_\nu(y) \right) \quad (4.57)$$

wobei $\Delta^{\mu\nu}(x-y)$ den Gluon- (Photon-) Propagator und $J_\mu(x)$ die Farb- (elektromagnetischen) Ströme sind ($SU(3)_C$ -Indizes sind unterdrückt).

Diagrammatisch ist die Fermionmassenerzeugung von Gl.(4.56) in Abb. 30 dargestellt.



Abb. 30

Die Blase in Abb. 30 steht für das Spektrum der angeregten Zustände F^* . Der leichte Sektor F wird also durch das Photon bzw. Gluon radiativ an den schweren Sektor mit Masse der Ordnung Λ_{HC} gekoppelt. So erwartet man typischerweise folgende Werte für die radiativ erzeugte Fermionmasse:

$$m_F \sim \frac{\alpha_s (\alpha_{\text{e.m.}})}{4\pi} \cdot \Lambda_{\text{HC}} \quad (4.58)$$

Im Gegensatz zur Pionmassendifferenz läßt sich der nicht störungstheoretische Ausdruck von Gl.(4.56) jedoch für die zusammengesetzten Fermionen nicht genau berechnen, da in diesem Fall keine PCAC-Relation existiert, die die exakte Berechnung der Pionmassen ermöglichte. Wir können bei der Fermionmassendifferenz nur Abschätzungen liefern, die die richtige Ordnung der starken und elektromagnetischen Kopplungskonstanten enthalten. Dabei kann man sich natürlich von den gültigen Symmetrieeigenschaften der Theorie leiten lassen. Insbesondere kann man untersuchen, in wieweit die chirale Symmetrie durch die explizite Eichung gebrochen ist, um zu entscheiden, welche Fermionen Masse bekommen und welche nicht. Dies wollen wir für den Fall der $U(1)_Q$ und $SU(3)_C$ -Eichung jetzt getrennt betrachten.

4.2.3.1 Radiative Massenerzeugung durch Elektromagnetismus

Wir wollen nun in Analogie zur Entstehung der $\pi^\pm - \pi^0$ -Massendifferenz in der QCD untersuchen, ob geladene zusammengesetzte Fermionen durch elektromagnetische Strahlungskorrekturen massiv werden können [84] *. Wie wir zeigen werden, verschwinden diese Beiträge zur Fermionmasse für den Fall, daß das betrachtete Fermion wegen der t'Hooft-Bedingung chiral geschützt ist.

Untersuchen wir, in wie weit die globale chirale "Hyperflavor"-Symmetrie G_{HF} explizit gebrochen wird, wenn man die $U(1)_Q$ -Untergruppe oder allgemeiner eine vektorielle abelsche $U(1)_V$ -Untergruppe eicht. Die explizite Brechung der globalen "Hyperflavor"-Symmetrie rührt daher, daß man in der Preon-Lagrangefunktion die Ableitung ∂_μ durch die kovariante Ableitung $\partial_\mu + iq_i A_\mu$ ersetzt, wobei q_i die elektrische Ladung des jeweiligen Preons f_i und A_μ das elektromagnetische Feld ist. Betrachten wir als explizites Beispiel einer "Hypercolor"-Theorie wiederum das vektorielle Modell mit $G_{HF} = SU(m)_L \times SU(m)_R \times U(1)_V \times Z(2m)_A$. $U(1)_Q$ ist eine Untergruppe von $SU(m)_L \times SU(m)_R \times U(1)_V$. Deswegen wird bei Eichung dieser Untergruppe G_{HF} explizit auf G'_{HF} gebrochen:

$$G'_{HF} = U(1)_Q^{\text{lokal}} \times [SU(m')_V \times SU(m')_A \times [U(1)_V]^{m-m'+1} \times [U(1)_A]^{m-m'} \times Z(2m)_A]^{\text{global}} \quad (4.59)$$

m' ist dabei die Zahl der Preonen mit gleicher Ladung.

Der Grund dafür, daß $SU(m')_A \times U(1)_A^{m-m'}$ als chirale Symmetrie ungebrochen bleibt, ist durch die abelsche Natur der elektromagnetischen Eichsymmetrie begründet. G'_{HF} enthält also noch genug chirale Symmetrie, um jeden Massenterm für die chiral geschützten masselosen zusammengesetzten Fermionen auch nach der Eichung von $U(1)_Q$ zu verbieten. Dies ist verständlich, da die Einführung der elektromagnetischen Wechselwirkung keine Helizitätsänderung für die masselosen Fermionen erzeugen kann. Die Ursache der Helizitätsänderung und der damit verbundenen Brechung der chiralen Symmetrie kann niemals die Eichwechselwirkung selber sein, sondern muß immer eine andere Quelle besitzen.

* Die phänomenologischen Konsequenzen der Massenerzeugung durch Elektromagnetismus für Quarkmassen und Mischungswinkel wurden in Ref. [85] untersucht.

Wegen der abelschen Natur der $U(1)_Q$ -Eichwechselwirkung kann das Photon das masselose Fermion $F(R)$ nur mit einem angeregten Fermion $F^*(R)$ verbinden, das sich in der gleichen "Hyperflavor"-Darstellung R wie $F(R)$ befindet, (s. Abb. 31).

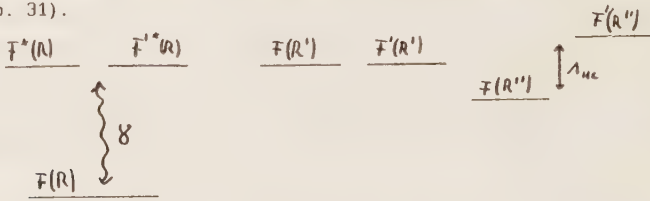


Abb. 31

Wie in Abschnitt 4.2.1.3 b) gezeigt wurde, existieren jedoch alle massiven angeregten Fermionen $F^*(R)$ wegen der ungebrochenen chiralen Symmetrie in Paritäts-Dubletts, so daß die zur Masse von $F(R)$ notwendige Helizitätsänderung nicht passiert und deshalb keine Massenerzeugung für $F(R)$ existieren kann.

Das Verschwinden der radiativen Beiträge zur Masse des zusammengesetzten Fermions F durch Photonemission und Reabsorption können wir verdeutlichen, indem wir analog der ρ, π, γ -Wechselwirkung in der QCD die Wechselwirkung zwischen Photon, masselosen Fermionen F und angeregten Fermionen F^* im Rahmen der effektiven Lagrangefunktion der zusammengesetzten Teilchen beschreiben. Diese chiralinvariante F, F^*, γ -Wechselwirkung kann man als magnetische Kopplung einführen [86]:

$$L_{\text{eff}} \sim \frac{q}{\lambda_{\mu c}} \left(a \bar{F}^* \sigma^{\mu\nu} \bar{F}_{\nu} F - i b g^5 \bar{F}^* \sigma^{\mu\nu} F_{\nu} F + h.c. \right) \quad (4.60)$$

F^* ist der Paritätspartner zum angeregten Spin 1/2 -Fermion F^* (s. Abschnitt 4.2.1.3) und $F_{\mu\nu}$ der elektromagnetische Feldstärketensor. Für ungebrochene chirale Symmetrie muß gelten: $a = b$.

Zerlegen wir die fermionischen Felder in ihre Helizitätskomponenten, so enthält L_{eff} die Wechselwirkungsvertizes zwischen F , F^* bzw. F'^* und dem Photon γ wie sie in Abb. 32 gezeigt sind. Der effektive Vertex ist dabei mit einem Kreis gekennzeichnet, $\pm$ gibt das relative Vorzeichen der Wechselwirkungsvertizes untereinander an.

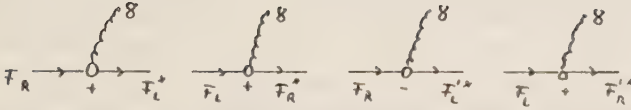


Abb. 32

Somit haben auch die beiden Selbstenergiediagramme, die F^* bzw. F'^* beinhalten, unterschiedliche Vorzeichen (s. Abb. 33).

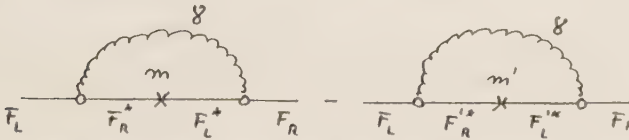


Abb. 33

Da wir aber angenommen haben, daß die chirale Symmetrie im Sektor der Fermionen F ungebrochen ist, müssen die Paritätspartner F^* und F'^* gleiche Masse besitzen, so daß sich die Massenbeiträge der beiden Diagramme insgesamt aufheben. Somit können die zusammengesetzten chiral beschützten Fermionen durch Elektromagnetismus keine Masse erhalten.

4.2.3.2 Radiative Massenerzeugung durch Farbkraft

Als nächstes wollen wir die radiative Massenerzeugung für die bisher masselosen chiral beschützten Fermionen für den Fall diskutieren, daß die $SU(3)_C$ oder allgemein eine nichtabelsche Untergruppe von G_{HF} geeicht wird [73], [83], so daß die globale "Hyperflavor"-Symmetrie G_{HF} explizit auf G'_{HF} gebrochen wird. Im Gegensatz zur Eichung einer abelschen Untergruppe wie Elektromagnetismus ist jetzt unter bestimmten Voraussetzungen radiative Massenerzeugung für die zusammengesetzten Fermionen möglich.

Betrachten wir wieder als Beispiel das vektorielle Fermionmodell mit $G_{HF} = SU(m)_L \times SU(m)_R \times U(1)_V \times Z(2m)_A$. Durch Eichung der vektoriellen Untergruppe $SU(m)_V$, d.h. durch Ersetzung der Ableitung ∂_μ durch $\partial_\mu \partial^i_j + ig \cdot (\lambda^a)^i_j / 2 \cdot G^a_\mu$ ($i = 1 \dots m$; $a = 1 \dots m^2 - 1$) wird G_{HF} explizit auf G'_{HF} gebrochen:

$$G'_{HF} = (SU(m)_V)^{\text{lokal}} \times (U(1)_V \times Z(2m)_A)^{\text{global}} \quad (4.61)$$

Im Gegensatz zur Eichung einer abelschen Untergruppe bleiben hier keine

chiralen $SU(m)_A$ - bzw. $U(1)_A$ -Faktoren übrig, weil die Generatoren von $SU(m)_V$ nicht miteinander vertauschen. Somit sind nach $SU(m)_V$ -Eichung radiativ erzeugte Massen möglich, wenn die betrachteten Massenterme invariant unter der diskreten $Z(2m)_A$ -Symmetrie sind. Dies legt den Schluß nahe, daß zur radiativen Massenerzeugung durch Gluon austausch auch die "Hypercolor"-Instantonen notwendig sind. Daß diese Vermutung richtig ist, kann man sofort sehen, wenn man sich die explizite, durch Eichung verursachte Brechung der anomaliebehafteten Gruppe $\hat{G}_{HF}$ betrachtet:

$$\hat{G}_{HF} \longrightarrow \hat{G}'_{HF} = (SU(m)_V)^{\text{lokal}} \times (U(1)_V) \times U(1)_A^{\text{global}} \quad (4.62)$$

$\hat{G}'_{HF}$ verbietet wegen des $U(1)_A$ -Faktors jeglichen Massenterm für die chirale beschützten Fermionen F . Erst die durch "Hypercolor"-Instantonen induzierte effektive Fermionwechselwirkung von Gl.(4.44) bricht $U(1)_A$ auf $Z(2m)_A$, so daß bestimmte Fermionen Masse der Ordnung $(\alpha_s/4\pi)\Lambda_{HC}$ erhalten können. Deswegen ist also der kombinierte Effekt der $SU(m)_V$ -Eichung, die $SU(m)_L \times SU(m)_R$ auf $SU(m)_V$ bricht, und der effektiven Instantonwechselwirkung, die $U(1)_A$ auf $Z(2m)_A$ bricht, für die mögliche radiative Fermion-massenerzeugung verantwortlich.

Diese Tatsache läßt sich auch anschaulich interpretieren, wenn man wieder die Eigenschaften des schweren angeregten Spektrums mit in Betracht zieht. Anders als im Fall der abelschen Eichung kann das $SU(m)_V$ -Gluon wegen seiner nichtabelschen Natur zusammengesetzte Fermionen in verschiedenen Darstellungen bezüglich der "Hyperflavor"-Symmetrie G_{HF} miteinander verbinden. Insbesondere kann es masselose Fermionen $F(R)$ mit solchen Fermionen $F(R'')$ verknüpfen, deren Helizitätsänderung und somit auch deren Masse durch die "Hypercolor"-Instantonen erzeugt wurde (s. Abschnitt 4.2.2.2). Diese liegen wegen der vorhandenen Brechung der chiralen Symmetrie nicht in Paritäts-Doublets vor, oder die Massenaufspaltung zwischen den Paritätspartnern $F(R'')$ und $F'(R'')$ ist von der Ordnung Λ_{HC} (s. Abb. 34).

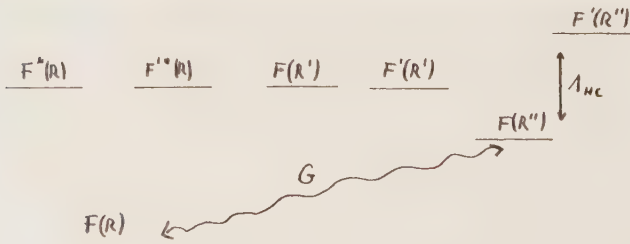


Abb. 34

Der radiative Massenterm für $F(R)$ und die dazu notwendige Helizitätsänderung durch "Hypercolor"-Instantonen ist schematisch in Abb. 35 gezeigt.

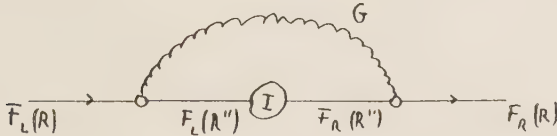


Abb. 35

Wenn zwei Paritätspartner $F(R'')$ und $F'(R'')$ existieren, gibt es mit der zu Gl.(4.60) analogen magnetischen Wechselwirkung zwischen G^a , $F(R)$ und $F(R'')$ bzw. $F'(R'')$ zwei radiative Massendiagramme mit unterschiedlichen Vorzeichen (analog Abb. 33). Wegen der Instantonwechselwirkung sind die Massen der Paritätspartner aber nicht mehr gleich, so daß sich in diesem Fall die beiden Diagramme nicht aufheben können, sondern einen endlichen Beitrag zur Fermionmasse der Ordnung $\alpha_s/4\pi$ ($m_F - m_{F'} \approx \alpha_s/4\pi \Lambda_{HC}$) liefern. Wir wollen als explizites Beispiel für radiative Massenerzeugung durch Farbkräfte kurz das ursprüngliche Modell von Weinberg [73] mit $G_{HC} = SU(5)$ und $G_{HF} = SU(3)_L \times SU(3)_R \times U(1)_V \times Z(6)_A$ anführen. Wie in Abschnitt 4.2.1.2 a) diskutiert wurde, kommen als masselose zusammengesetzte Fermionen, die die t'Hooft-Bedingung erfüllen, $F_1, F_3, F_4, F_5, F_{10}$ und F_{11} infrage (s. Gl.(4.19)). Durch Eichung von $SU(3)_V$ können nur F_{10} und F_{11} eine radiative Masse erhalten, weil die diskrete $Z(6)_A$ Symmetrie nur einen Massenterm für diese beiden Fermionen zuläßt - $Q_A(F_{10} L(R), F_{11} L(R)) = \mp 3$. Die dazu notwendige Helizitätsänderung wird durch das Fermion F_{13} verursacht, dessen Masse durch "Hypercolor"-Instantonen erzeugt wird (s. Abschnitt 4.2.2.2, Abb. 27). Somit werden F_{10} und F_{11} durch den Austausch von einem oder mehreren Gluonen radiativ an F_{13} gekoppelt. Genauer betrachtet benötigt man zur radiativen Massenerzeugung von F_{10} den Austausch von zwei Gluonen, zur Massenerzeugung von F_{11} nur von einem. Dies ist in Abb. 36 gezeigt.

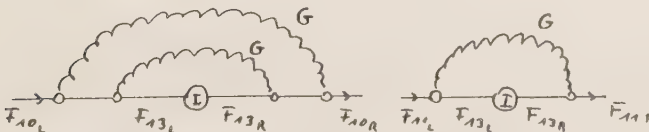


Abb. 36

Man erhält also folgende Massenabschätzung:

$$m_{10} \approx \left(\frac{\alpha_s}{4\pi} \right)^2 \cdot \Lambda_{HC} \quad , \quad m_{11} \approx \frac{\alpha_s}{4\pi} \cdot \Lambda_{HC} \quad (4.63)$$

Alle anderen Fermionen bleiben wie gesagt masselos.

Am Ende von Abschnitt 4.2 können wir nun zusammenfassend feststellen: Ungebrochene chirale "Hyperflavor"-Symmetrien können bewerkstelligen, daß zusammengesetzte Fermionen masselos sind. Notwendigerweise müssen diese Fermionen die t'Hooft-Bedingungen erfüllen, die im allgemeinen nicht-triviale Beschränkungen an mögliche Modelle liefern. Nichtabelsche Eichwechselwirkungen wie z.B. QCD sind zusammen mit den "Hypercolor"-Instantonen in der Lage, den bisher masselosen chiral geschützten Fermionen eine kleine Masse der Ordnung $\alpha_s/4 \pi \cdot \Lambda_{HC}$ zu geben. Wegen der ungebrochenen chiralen Symmetrie kann hingegen eine radiative Massenerzeugung nicht durch abelsche Wechselwirkungen wie Elektromagnetismus verursacht werden.

4.3 Zusammengesetzte Fermionen als supersymmetrische Partner zu Goldstonebosonen

4.3.1 Masselose Quasi-Goldstonefermionen

4.3.1.1 Supersymmetrisches Goldstonetheorem

In diesem Abschnitt wollen wir uns mit supersymmetrischen Preonmodellen beschäftigen. Die Kleinheit der Massen der zusammengesetzten Fermionen im Vergleich zu Λ_{HC} läßt sich in diesem Zusammenhang so verstehen, daß Quarks und Leptonen als supersymmetrische Partnerteilchen von masselosen Goldstonebosonen einer spontan gebrochenen "Hyperflavor"-Symmetrie G_{HF} interpretiert werden. [18]. Man bezeichnet sie deshalb auch als Quasi-Goldstonefermionen [87]. Bleibt zusätzlich noch ein chiraler Anteil von G_{HF} ungebrochen, so kann es sein, daß die zusammengesetzten Fermionen auch chiral geschützt sind. Deswegen können einige Fermionen einen Doppelschutz sowohl wegen ihres chiralen Charakters als auch wegen ihrer Goldstonenatur erhalten [88].

Wir wollen zuerst den supersymmetrischen Goldstonemechanismus genauer betrachten. Dabei verwenden wir die sogen. Superfelder, die Funktionen im 8-dimensionalen "Superraum" mit Koordinaten $Z^m = (x^\mu, \theta_\beta, \bar{\theta}_{\dot{\beta}})$ ($\theta^\beta, \bar{\theta}_{\dot{\beta}}$ ($\beta, \dot{\beta} = 1, 2$) antikommutierender Spinor) sind (s. z.B. Ref. [89]). Die elementaren preonischen Felder sind chirale Superfelder Q_α^i (i... Flavorindex, α ... Eichindex), die sowohl fermionische als auch bosonische Konstituenten enthalten. Sie haben folgende Form:

$$Q_{\alpha}^i = \varphi_{\alpha}^i + \theta \psi_{\alpha}^i + \theta \theta F_{\alpha}^i + i \theta \sigma^{\mu} \bar{\theta} \partial_{\mu} \varphi_{\alpha}^i - \\ - i \theta \theta \bar{\theta} \partial_{\mu} \psi_{\alpha}^i \sigma^{\mu} + \theta \theta \bar{\theta} \bar{\theta} \square \varphi_{\alpha}^i \quad (4.64)$$

φ_{α}^i beschreibt komplexe skalare Spin 0 -Felder, ψ_{α}^i als supersymmetrischer Partner Spin 1/2 -Fermionen und F_{α}^i die sogen. Spin 0 -Hilfsfelder. Als chirales Superfeld erfüllt Q folgende Bedingungen:

$$\bar{D}_{\dot{\rho}} Q = 0 \quad , \quad \bar{D}_{\dot{\rho}} = - \frac{\partial}{\partial \bar{\theta}^{\dot{\rho}}} - i \theta^{\rho} \sigma_{\rho \dot{\rho}}^{\mu} \partial_{\mu} \quad (4.65)$$

Das antichirale Feld $\bar{Q}$ erfüllt:

$$D_{\rho} \bar{Q} = 0 \quad , \quad D_{\rho} = \frac{\partial}{\partial \theta^{\rho}} + i \sigma_{\rho \dot{\rho}}^{\mu} \bar{\theta}^{\dot{\rho}} \partial_{\mu} \quad (4.66)$$

Als "Hypercolor"-Eichfelder führt man sogen. Vektorsuperfelder V^a ein, die die Bedingung $V = \bar{V}$ erfüllen. V^a besitzt folgende θ -Zerlegung:

$$V^a = C^a + i \theta \chi^a - i \bar{\theta} \bar{\chi}^a + \\ + \frac{1}{2} i \theta \theta (M^a + i N^a) - \frac{1}{2} i \bar{\theta} \bar{\theta} (\bar{M}^a + i \bar{N}^a) - \\ - \theta \sigma^{\mu} \bar{\theta} G_{\mu}^a + i \theta \theta \bar{\theta} [\bar{\lambda}^a + \frac{1}{2} i \sigma^{\mu} \partial_{\mu} \chi^a] - \\ - i \bar{\theta} \bar{\theta} \theta [\lambda^a + \frac{1}{2} \sigma^{\mu} \partial_{\mu} \bar{\chi}^a] + \frac{1}{2} \theta \theta \bar{\theta} \bar{\theta} [D^a + \frac{1}{2} \square] \quad (4.67)$$

Die physikalisch interessanten Felder sind das gewöhnliche Spin 1-"Hypercolor"-Eichfeld G_{μ}^a sowie sein Spin 1/2 -Partner, das sogen. "Hypercolor"-Gaugino λ^a . Um eine supersymmetrische Eichtheorie formulieren zu können, muß man noch die supersymmetrische eichinvariante Feldstärke W_{α} definieren:

$$W_{\alpha} = - \frac{1}{4} \bar{D} \bar{D} e^{-V} D_{\alpha} e^V \quad (4.68)$$

Damit kann man die Lagrangefunktion für die supersymmetrische nichtabelsche "Hypercolor"-Eichtheorie formulieren:

$$L = \frac{1}{4} g_{Hc} \left(W^{\alpha} W_{\alpha} \Big|_{\theta\theta} + \bar{W}_{\dot{\alpha}} \bar{W}^{\dot{\alpha}} \Big|_{\bar{\theta}\bar{\theta}} \right) + \\ + \bar{Q}_i^{\alpha} e^{g_{Hc} (\lambda^a)_{\alpha}^{\rho}} V^a Q_{\rho}^i \Big|_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}} + \left[\frac{1}{2} m_{ij} Q^i Q^j + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} g_{ijk} Q^i Q^j Q^k \right] \Big| \quad (4.69)$$

m_{ij} ist dabei eine mögliche (eichinvariante) Masse und g_{ijk} eine (eichinvariante) Selbstkopplung der Superfelder Q^i . Diese Lagrangefunktion ist invariant unter der globalen "Hyperflavor"-Symmetrie G_{HF} .

Wir nehmen nun wiederum an, daß sich bei Λ_{HC} aus den Preonen Q^i zusammengesetzte G_{HC} -Singulett-Superfelder $T^i = f(Q^k Q^l \dots)$ bilden. Diese sollen wiederum chirale Superfelder sein:

$$T^i = \phi^i + \theta \psi^i + \theta \theta F^i + \dots \quad (4.70)$$

ϕ^i ist ein zusammengesetztes komplexes skalares Feld, ψ^i ein zusammengesetztes Spin 1/2 -Fermion.

Analog zur spontanen Brechung der globalen Symmetrie in der QCD nehmen wir nun an, daß der Vakuumerwartungswert des zusammengesetzten Superfeldes T die globale "Hyperflavor"-Symmetrie G_{HF} spontan auf eine Untergruppe H_{HF} bricht. Supersymmetrie soll dabei nicht spontan gebrochen werden, so daß gilt:

$$\langle T^i \rangle = \langle \phi^i \rangle = v^i \quad (4.71)$$

Durch die spontane Brechung von G_{HF} auf H_{HF} entstehen Goldstonebosonen g , deren Anzahl N_g durch die Zahl der gebrochenen Generatoren von G_{HF} , also durch $\dim(G_{HF}/H_{HF})$ gegeben ist. Diese werden wegen ungebrochener Supersymmetrie von masselosen Quasi-Goldstonefermionen Ψ begleitet. Goldstonebosonen und Quasi-Goldstonefermionen bilden also zusammen ein sogen. chirales Goldstone-Superfeld $\Pi = \pi + \theta \Psi + \theta \theta F$. Da die Goldstonefelder g immer reelle Felder sind, die skalare Komponente π im Goldstone-Superfeld jedoch ein komplexes Feld ist, stellt sich an diesem Punkt sofort die Frage, ob sich ein oder zwei Goldstonefelder g in einem Goldstone-Supermultiplett befinden und von einem Quasi-Goldstonefermion begleitet werden. Beide Fälle sind denkbar und möglich. Als "total doubling" bezeichnet man den Fall, wenn alle Goldstone-Superfelder nur ein echtes Goldstoneboson g und zusätzlich ein sogen. Pseudo-Goldstoneboson p enthalten: $\pi = g + ip$ [90]. Andererseits ist der sogen. minimale Fall dann gegeben, wenn alle Goldstone-Superfelder zwei Goldstonebosonen g enthalten: $\pi = g + ig'$ [91]. In diesem Fall muß $\dim(G_{HF}/H_{HF})$ gerade sein. Auch sind natürlich Mischfälle möglich. Wie wir später sehen werden, gibt es sogar auch Fälle, in denen π nur Pseudo-Goldstonebosonen enthält: $\pi = p + ip'$ [92]. Sehr wichtig ist es, daß die Zahl N_p der Pseudo-Goldstonefelder

oder äquivalent dazu die Zahl der Goldstone-Supermultipletts $N_{\Pi} = 1/2(N_g + N_p)$ nicht durch G_{HF}/H_{HF} bestimmt ist. Diese läßt sich nur durch die Details des vorliegenden Modells, also durch das Superpotential, festlegen. Z.B. kann die Brechung von $U(2)$ auf $U(1)$ je nach Form des Potentials drei oder zwei Goldstone-Superfelder liefern [90]

Das Auftreten der Pseudo-Goldstonebosonen ist durch die Tatsache begründet, daß das Superpotential im allgemeinen eine größere Symmetrie als G_{HF} besitzt. Die Brechung von zusätzlichen Symmetrien im Potential impliziert allgemein sogen. Pseudo-Goldstonebosonen [93], die im Fall der ungebrochenen Supersymmetrie wegen der sogen. Nichtrenormierungs-Theoreme [94] keinen Massenbeitrag durch den kinetischen Term erhalten, der nur G_{HF} -invariant ist.

Wir wollen nun also den Zusammenhang zwischen den erweiterten Symmetrien des Superpotentials und der Anzahl der Goldstone-Superfelder noch etwas genauer diskutieren. Wir nehmen dazu an, daß die effektive Wechselwirkung der zusammengesetzten chiralen Superfelder T durch eine effektive Lagrange-funktion beschrieben werden kann. Der allgemeinste Ansatz dafür ist:

$$L_{eff} = D(T^i, \bar{T}_i) \Big|_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}} + W(T^i) \Big|_{\theta\theta} + W(\bar{T}_i) \Big|_{\bar{\theta}\bar{\theta}} \quad (4.72)$$

$D(T^i, \bar{T}_i)$ beschreibt den kinetischen Term und $W(T^i)$ das Superpotential. L_{eff} ist invariant unter Transformationen der globalen "Hyperflavor"-Gruppe G_{HF} . Wir nehmen an, daß die Form des Potentials so ist, daß sie einen Vakuumerwartungswert $\langle T^i \rangle \neq 0$ liefert, so daß G_{HF} spontan auf H_{HF} gebrochen ist. Da jedoch das Superpotential $W(T^i)$ nur die chiralen Felder T^i , aber nicht die antichiralen Felder $\bar{T}_i$ enthält, ist $W(T^i)$ nicht nur invariant unter Transformationen g der globalen Gruppe G_{HF} , $g = \exp(i\lambda_a^i L_a^i)$, mit reellen Parametern λ_a^i , sondern auch auf jeden Fall unter Transformationen mit komplexen λ_a^i [95]. Daher ist seine Symmetriegruppe $\tilde{G}_{HF}$ notwendigerweise größer oder gleich der nichtunitären komplexen Erweiterung von G_{HF} , die wir mit $\bar{G}_{HF}$ bezeichnen wollen. $\tilde{G}_{HF}$ wird durch den Vakuumerwartungswert $\langle T^i \rangle$ auf $\bar{H}_{HF} \supseteq \bar{H}_{HF} > H_{HF}$ gebrochen, wobei $\bar{H}_{HF}$ die komplexe Erweiterung von H_{HF} ist. Diese Tatsache ist sehr wichtig für das supersymmetrische Goldstonetheorem [96], das wegen des Nichtrenormierungs-Theorems nur die Symmetrie des Superpotentials beinhaltet. Es lautet folgendermaßen: Jeder gebrochene (nicht-hermitische) Generator von $\tilde{G}_{HF}$ impliziert ein chirales Superfeld Π , so daß:

$$N_{\Pi} = \dim_{\mathbb{C}} (\tilde{G}_{HF}/\tilde{H}_{HF}) = 1/2 \dim (\tilde{G}_{HF}/\tilde{H}_{HF}) \quad (4.73)$$

Die relevante Koset-Mannigfaltigkeit $\tilde{G}_{HF}/\tilde{H}_{HF}$ ist im allgemeinen nicht kompakt. Wie schon angeführt, sind $\tilde{G}_{HF}$ und $\tilde{H}_{HF}$ im Gegensatz zu G_{HF} und H_{HF} nicht eindeutig bestimmt. Das bedeutet, daß die Zahl der Goldstone-Superfelder N_{Π} von den spezifischen Eigenschaften des linearen Modells (Gl.(4.72)) abhängt. Für den minimalen Fall ($\pi = g + ig'$) ist $N_{\Pi} = N_{\pi} = 1/2 \dim(G_{HF}/H_{HF})$, der "total doubling"-Fall ($\pi = g + ip$) ist durch $\tilde{G}_{HF} = \bar{G}_{HF}$, $\tilde{H}_{HF} = \bar{H}_{HF}$ und somit durch $N_{\Pi} = \dim(G_{HF}/H_{HF}) = \dim_{\mathbb{C}}(\tilde{G}_{HF}/\tilde{H}_{HF})$ gegeben. Die Pseudo-Goldstonebosonen sind mit der Brechung der erweiterten komplexen Symmetrien $\tilde{G}_{HF}/G_{HF}$ des Superpotentials assoziiert. Schließlich gibt es sogar Fälle $\tilde{G}_{HF} \supset G_{HF}$, in denen N_{Π} größer als $\dim(G_{HF}/H_{HF})$ ist. Deshalb besitzen einige Supermultipletts hier nur Pseudo-Goldstonebosonen: $\pi = p + ip'$. Zuletzt wollen wir die Möglichkeit erwähnen, daß die Quasi-Goldstonefermionen nicht nur wegen ihrer Goldstone-Eigenschaft, sondern auch wegen einer zusätzlichen chiralen Protektion masselos sind [88]. Dieser Fall ist gegeben, wenn die Quasi-Goldstonefermionen eine komplexe Darstellung bezüglich der ungebrochenen Symmetrie H_{HF} bilden. Dies ist insbesondere dann möglich, wenn einige Goldstonesuperfelder nur echte Goldstonebosonen enthalten, da die echten Goldstonebosonen und somit auch die Goldstonesuperfelder im "total doubling"-Fall reelle Darstellungen unter H_{HF} bilden. Somit müssen die Quasi-Goldstonefermionen die t'Hooft-Bedingung bezüglich H_{HF} erfüllen, wie in Abschnitt 4.2.1 diskutiert wurde.

4.3.1.2 Super-QCD als Beispiel für Quasi-Goldstonefermion-Modell

Wir untersuchen ein supersymmetrisches QCD-artiges Preonmodell mit der "Hypercolor"-Eichgruppe $G_{HC} = SU(n)$, (s. [92]). Die preonischen Freiheitsgrade werden durch chirale Superfelder $P_i^{\alpha} = (\varphi + \Theta\psi + \Theta\Theta F)^{\alpha}_i$; $Q_{\alpha}^i = (\eta + \Theta\chi + \Theta\Theta F)^i_{\alpha}$ ($i = 1 \dots m$; $\alpha = 1 \dots n$), durch ein Eichsuperfeld $V^a = (\Theta\Theta\bar{\lambda}^a + \Theta\Theta^{\mu}\bar{\theta}\bar{\theta}G_{\mu}^a + \dots)$ und ein chirales Spinor-Eichsuperfeld W^a ($a = 1 \dots n^2-1$) gegeben. Die Felder P korrespondieren zu linkshändigen Quarkfeldern in der nichtsupersymmetrischen QCD, die Felder Q zu linkshändigen Antiquarkfeldern, also äquivalent dazu zu rechtshändigen Quarkfeldern. Damit hat die Preon-Lagrangefunktion folgende Form, wobei wir einen Massenterm für die Preonen zulassen wollen:

$$\begin{aligned}
 L = & \left(\bar{P}_\alpha^i e^{g_{HC} (\lambda^a)^i_\alpha V^a} P_i^\beta + \bar{Q}_i^\alpha e^{-g_{HC} (\lambda^a)^i_\alpha V^a} Q_\beta^i \right) \Big|_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}} \\
 & + \frac{1}{4g_{HC}} \text{Tr} \left[(W^\alpha W_\alpha) \Big|_{\theta\theta} + \bar{W}_\alpha \bar{W}^\alpha \Big|_{\bar{\theta}\bar{\theta}} \right] \\
 & + P_j^\alpha M_j^i Q_\alpha^i \Big|_{\theta\theta} + \bar{P}^j M_j^i \bar{Q}_i^\alpha \Big|_{\bar{\theta}\bar{\theta}} ; M_j^i = m_j \delta_j^i \quad (m_j \leq 1_{HC})
 \end{aligned} \tag{4.74}$$

Wir betrachten nun folgende, den QCD-Mesonen ähnliche "Hypercolor"-Singulett-Bindungszustände, die durch das chirale Superfeld T_j^i beschrieben werden:

$$\begin{aligned}
 T_j^i &= P_j^\alpha Q_\alpha^i = (\phi_j^i + \theta \psi_j^i + \dots) \\
 \phi_j^i &= \varphi_j \eta^i, \quad \psi_j^i = \varphi_j \chi^i + \psi_j \eta^i
 \end{aligned} \tag{4.75}$$

Die zusammengesetzten Fermionen Ψ_j^i bestehen also aus einem fermionischen und einem bosonischen Preon. Wir nehmen nun an, daß die Wechselwirkungen des zusammengesetzten Superfeldes T durch eine effektive Lagrangefunktion beschrieben werden kann, die ein Superpotential $W(T)$ enthält. Wegen des preonischen Massenterms $\bar{P}_\alpha^j M_j^i \bar{Q}_i^\alpha$ enthält $W(T)$ einen Massenterm der Form:

$$L_{\text{Mass}} = \text{Tr} (mT) \tag{4.76}$$

Die Preon-Lagrangefunktion Gl.(4.74) und auch die effektive Lagrangefunktion besitzt für den Fall masseloser Preonen folgende anomaliefreie chirale "Hyperflavor"-Symmetrie G_{HF} :

$$\begin{aligned}
 G_{\text{HF}} &= \text{SU}(m)_P \times \text{SU}(m)_Q \times \text{U}(1)_X \times \text{Z}(3n-3m)_Y \\
 &\hat{=} \text{SU}(m)_V \times \text{SU}(m)_A \times \text{U}(1)_X \times \text{Z}(3n-3m)_Y \\
 Q_X &= (n-1/3 m)Q_A - 2/3 mQ_R, \quad Q_Y = Q_A - Q_R
 \end{aligned} \tag{4.77}$$

P und Q stehen hier für L und R ; $V = P+Q$, $A = P-Q$. Die chirale $\text{U}(1)_X$ -Symmetrie entsteht wegen des im Vergleich zum nicht supersymmetrischen Modell zusätzlichen Fermions λ . Die Transformationseigenschaften bzw. Ladungen von $\varphi, \eta, \psi, \chi, \lambda, \phi$ und Ψ bezüglich dieser Gruppe sind in Gl.(4.78) gegeben:

	$SU(m)_P$	$SU(m)_Q$	$U(1)_V$	$U(1)_A$	$U(1)_R$	$U(1)_X$	$U(1)_Y$	
φ	$\bar{m}$	1	1/3	1	1	$n-m$	0	
η	1	m	-1/3	1	1	$n-m$	0	
ψ	$\bar{m}$	1	1/3	1	-1/2	n	3/2	
χ	1	m	-1/3	1	-1/2	n	3/2	(4.78)
λ	1	1	0	0	3/2	$-m$	3/2	
ϕ	$\bar{m}$	m	0	2	2	$2(n-m)$	0	
Ψ	$\bar{m}$	m	0	2	1/2	$2(n-m)$	3/2	

Schließlich wollen wir noch annehmen, daß $W(T)$ folgenden Vakuumerwartungswert induziert:

$$\langle T^i_j \rangle = \langle \Phi^i_j \rangle = v_j \delta^i_j \quad (4.79)$$

Supersymmetrie soll dabei ungebrochen bleiben. Ob dies wirklich so passieren kann, ist natürlich eine schwierige dynamische Frage, die ausführlich in der Literatur [97] diskutiert wurde.

Wir wollen uns nun auf den 2-Flavorfall $m = 2$ mit $n \neq 2$ beschränken und folgende drei Fälle unterscheiden:

- (i) $m_1 = m_2 = 0$
- (ii) $m_1 \neq 0, m_2 = 0$
- (iii) $m_1, m_2 \neq 0$.

(i) Im Fall von masselosen Preonen besitzt die "Hypercolor"-Theorie folgende "Hyperflavor"-Symmetrie G_{HF} :

$$\begin{aligned} G_{HF} &= SU(2)_P \times SU(2)_Q \times U(1)_V \times U(1)_X \times Z(3n-6)_Y \\ &\hat{=} U(2) \times U(2) \times Z(3n-6)_Y \end{aligned} \quad (4.80)$$

Durch den Vakuumerwartungswert wird G_{HF} spontan auf H_{HF} gebrochen:

$$H_{HF} = \begin{cases} U(2) \times Z(3n-6) & v_1 = v_2 \\ U(1) \times U(1) \times Z(3n-6)_Y & v_1 \neq v_2 \end{cases} \quad (4.81)$$

Um die Zahl der Goldstone-Superfelder, also auch die Zahl der Quasi-Goldstonefermionen und Pseudo-Goldstonebosonen bestimmen zu können, sind wie gesagt die Zahl der gebrochenen Generatoren der erweiterten Symmetrie $\tilde{G}_{HF}$

des Superpotentials relevant, die nicht mit G_{HF} identisch sind. $\tilde{G}_{HF}$ ist in diesem Fall durch die komplexe Erweiterung von G_{HF} gegeben:

$$\tilde{G}_{HF} = \bar{G}_{HF} = GL(2) \times GL(2) \quad (4.82)$$

Der Vakuumerwartungswert von Gl.(4.79) bricht $\tilde{G}_{HF}$ unabhängig von der Wahl der v_i , also unabhängig von der Form der ungebrochenen Gruppe $H_{HF} \subseteq SU(2)$, spontan auf $\tilde{H}_{HF} = GL(2)$. So gibt es immer vier gebrochene Generatoren, die zu vier Goldstone-Superfeldern Π_j^i korrespondieren*:

$$T_j^i = v_j \delta_j^i + \bar{\Pi}_j^i = v_j \delta_j^i + \pi_j^i + \theta \psi_j^i + \dots \quad (4.83)$$

Für $v_1 = v_2$ ist $\tilde{H}_{HF}$ gleich $\bar{H}_{HF} = GL(2)$, hier liegt also "total doubling" vor:

$$\pi_j^i = \begin{pmatrix} g + ip & g + ip \\ g + ip & g + ip \end{pmatrix} \quad (4.84)$$

Für $v_1 \neq v_2$ jedoch ist $\tilde{H}_{HF}$ größer als $\bar{H}_{HF} = GL(1) \times GL(1)$, so daß π_j^i und π_1^2 nur die echten Goldstonefelder der Brechung von $U(2)$ auf $U(1) \times U(1)$ enthalten:

$$\pi_j^i = \begin{pmatrix} g + ip & g + ig \\ g + ig & g + ip \end{pmatrix} \quad (4.85)$$

Der physikalische Grund dafür ist, daß Φ_j^i nur vier komplexe Komponenten enthält, die aber sechs reelle echte Goldstonefelder enthalten müssen, so daß hier ein "total doubling" nicht möglich ist.

(ii) Nun ist $m_1 \neq 0$, $m_2 = 0$. Dadurch wird G_{HF} explizit auf

$$G'_{HF} = U(1)_V \times U(1)_P \times U(1)_Q \times Z(3n-3)_Y \quad (4.86)$$

gebrochen. Der entscheidende Punkt ist hierbei nun, daß $\tilde{G}_{HF} = \bar{G}_{HF}$ auch explizit gebrochen wird, aber auf eine Gruppe $\tilde{G}'_{HF}$, die größer als $\bar{G}'_{HF} = GL(1) \times GL(1) \times GL(1)$ ist [92]. $\tilde{G}'_{HF}$ wird durch $\langle T_j^i \rangle$ spontan auf $\tilde{H}'_{HF} = \bar{H}'_{HF} = GL(1) \times GL(1)$ gebrochen. Man erhält dabei drei Goldstone-Superfelder Π sowie ein schweres Feld t :

* Im Falle von $n = 2$ läßt $\langle T_j^i \rangle$ die axiale $U(1)_X$ -Symmetrie ungebrochen, so daß man nur drei Goldstone-Superfelder erhält. Das vierte Feld bekommt eine Masse durch die Axialanomalie analog zum n' -Teilchen in der QCD [83]

$$T^i_j = \begin{pmatrix} v_1 + t & \Pi^1_2 \\ \Pi^2_1 & v_2 + \Pi_{22} \end{pmatrix} \quad (4.87)$$

Dies sind zwei masselose Zustände mehr als aus der naiven Brechung von $G'_{HF} = U(1) \times U(1) \times U(1)$ auf $H'_{HF} = U(1) \times U(1)$ erwartet. Somit können zwei Goldstone-Superfelder nur Pseudo-Goldstonebosonen enthalten:

$$\pi^i_j = \begin{pmatrix} 0 & p + ip \\ p + ip & g + ip \end{pmatrix} \quad (4.88)$$

Π^1_2 und Π^2_1 sind nur mit den gebrochenen Generatoren von $\tilde{G}'_{HF}/G'_{HF}$ assoziiert. Wir nennen ihre masselosen fermionischen Partner deshalb Pseudo-Quasi-Goldstonefermionen (PQGF).

(iii) Nun kommen wir zu dem Fall $m_1, m_2 \neq 0$, ($m_1 \neq m_2$). Durch diese Massen wird $\tilde{G}_{HF}$ auf eine Gruppe $\tilde{G}''_{HF} = GL(2)$ gebrochen, die größer als $\tilde{G}''_{HF} = GL(1) \times GL(1)$ ist. Der Vakuumerwartungswert bricht $\tilde{G}''_{HF}$ spontan auf $\tilde{H}''_{HF}$. Für

$$m_2/m_1 = v_1/v_2 \quad (4.89)$$

sind $\tilde{H}''_{HF}$ und $\tilde{G}''_{HF}$ identisch, so daß wir keine Goldstone-Superfelder erhalten. Ist jedoch Gl.(4.89) nicht erfüllt, erhält man $\tilde{H}''_{HF} = GL(1) \times GL(1)$, so daß neben zwei schweren Feldern t_1 und t_2 auch entsprechend $\dim_c(\tilde{G}''_{HF}/\tilde{H}''_{HF}) = 2$ zwei Goldstone-Superfelder existieren:

$$T^i_j = \begin{pmatrix} v_1 + t & \Pi^1_2 \\ \Pi^2_1 & v_2 + t_2 \end{pmatrix} \quad (4.90)$$

Weil die spontane Brechung von $G''_{HF} = U(1) \times U(1)$ auf $H''_{HF} = G''_{HF}$ kein echtes Goldstoneboson liefert, sind alle vier reellen skalaren Felder der beiden Goldstone-Supermultipletts masselose Pseudo-Goldstonebosonen:

$$\pi^i_j = \begin{pmatrix} 0 & p + ip \\ p + ip & 0 \end{pmatrix} \quad (4.91)$$

Die Existenz von masselosen bosonischen und fermionischen Bindungszuständen aus massiven Preonen ist ungewöhnlich. Natürlich sind diese Betrachtungen nur für $m_i \leq \Lambda_{\text{HC}}$ gültig. Wenn $m_i \gg \Lambda_{\text{HC}}$ werden die massiven Preonen von der Theorie entkoppeln und nicht mehr kondensieren. In diesem Sinn wird ein Phasenübergang stattfinden, der dem Entkopplungstheorem nicht widerspricht (s. auch [98]).

4.3.2 Massives fermionisches Spektrum - Massenerzeugung durch "Hypercolor"-Instantonen

Wie wir im letzten Abschnitt gesehen haben, liefert die spontane Brechung einer internen globalen Symmetrie in supersymmetrischen Preonmodellen masselose fermionische Bindungszustände, die sogen. Quasi-Goldstonefermionen. Je nachdem, ob sich diese Fermionen chiral unter der ungebrochenen "Hyperflavor"-Symmetrie H_{HF} transformieren, müssen sie die t'Hooft-Bedingungen bezüglich dieser Gruppe erfüllen. Wie sieht nun das angeregte massive ($m \sim \Lambda_{\text{HC}}$) Spektrum der Quasi Goldstonefermionen aus? Hierbei gibt es zwei Möglichkeiten. Sind die Quasi-Goldstonefermionen chiral geschützt, so muß das angeregte Spektrum in Paritätsdoubletts vorliegen. Nur die Masse eines bestimmten Fermions kann durch "Hypercolor" -Instantoneffekte erzeugt sein, so daß für dieses Fermion die Paritätspartner nicht entartet sein müssen. Dieses Verhalten wurde ausführlich in Abschnitt 4.2.2 diskutiert. Andererseits ist es aber auch möglich, daß die Quasi-Goldstonefermionen nicht chiral geschützt sind. In diesem Fall besteht keine Notwendigkeit, daß das angeregte fermionische Spektrum in entarteten Paritätsdoubletts vorliegt.

Auf welche Weise kann nun die chirale Protektion für die Quasi-Goldstonefermionen gebrochen werden? Einerseits kann dies durch explizite Preon-Massenterme realisiert werden, wie es in Beispiel (iii) vom letzten Kapitel gezeigt wurde. Die Massenaufspaltung im angeregten Fermionsektor ist dann proportional zu den Preonmassen. Andererseits kann die chirale Protektion auch ohne die Einführung von (willkürlichen) Preonmassentermen, nämlich durch die "Hypercolor"-Instantonen, aufgehoben werden. Dies soll im folgenden an den Beispielen (i) und (ii) aufgezeigt werden.

Die durch "Hypercolor"-Instantonen induzierte Fermionwechselwirkung ist für den allgemeinen Fall von m Preonen P und Q in Abb. 37 gezeigt.

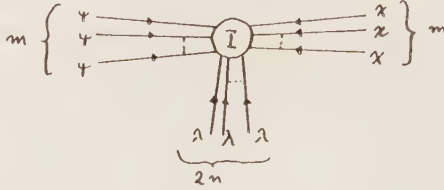


Abb. 37

Sie beinhaltet m Fermionen ψ und χ sowie $2n$ "Hypercolor"-Gauginos λ (s. Anhang A). Deswegen wird durch die effektive Fermionwechselwirkung die anomaliebehaftete "Hyperflavor"-Symmetrie

$$\hat{G}_{HF} = SU(m)_P \times SU(m)_Q \times U(1)_A \times U(1)_R \quad (4.92)$$

auf die anomaliefreie "Hyperflavor"-Symmetrie

$$G_{HF} = SU(m)_P \times SU(m)_Q \times U(1)_X \times Z(3n-3m)_Y \quad (4.93)$$

mit

$$Q_X = (n - 1/3 m) Q_A - 2/3 Q_R, \quad Q_Y = Q_A - Q_R$$

gebrochen. Explizit erhält man in Beispiel (i):

$$G_{HF} = SU(2)_P \times SU(2)_Q \times U(1)_X \times Z(3n-6)_Y \quad (4.94)$$

$\hat{G}_{HF}$ und G_{HF} werden durch T_j^i spontan auf

$$\begin{aligned} \hat{H}_{HF} &= \begin{cases} SU(2)_V \times U(1)_V \times U(1)_Y & v_1 = v_2 \\ U(1)_V \times U(1)'_V \times U(1)_Y & v_1 \neq v_2 \end{cases} \\ H_{HF} &= \begin{cases} SU(2)_V \times U(1)_V \times Z(3n-6)_Y & v_1 = v_2 \\ U(1)_V \times U(1)'_V \times Z(3n-6)_Y & v_1 \neq v_2 \end{cases} \end{aligned} \quad (4.95)$$

gebrochen. Da die zusammengesetzten Fermionen Ψ_j^i Y -Ladung $3/2$ besitzen, ist klar, daß ihr Massenterm für $n \neq 1, 3$ verboten, für $n = 3$ jedoch invariant unter der $Z(6)_Y$ -Symmetrie ist. In diesem Fall sind sämtliche masselose Quasi-Goldstonefermionen nicht mehr chiral geschützt. Deswegen wird für $n = 3$ die Masse der angeregten Fermionen Ψ_j^i oder gleichbedeutend dazu die Aufspaltung der Paritätspartner und die dazu notwendige Helizitätsänderung durch die effektive Instantonwechselwirkung erzeugt, da der Massenterm zwar H_{HF} , aber nicht $\hat{H}_{HF}$ -invariant ist. Diesen Massenterm kann man explizit mit der effektiven Instantonwechselwirkung von Abb. 37 und der $\psi^* \lambda_{HC} \psi$ ($n^* \lambda_{HC} \chi$)-Eichwechselwirkung konstruieren und ist in Abb. 38 dargestellt.

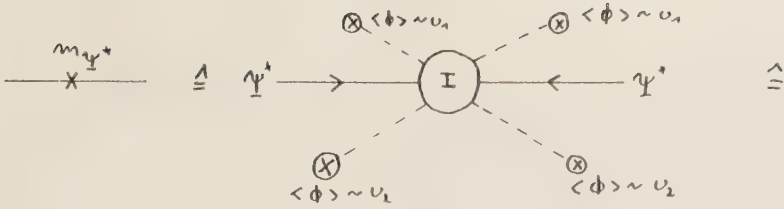
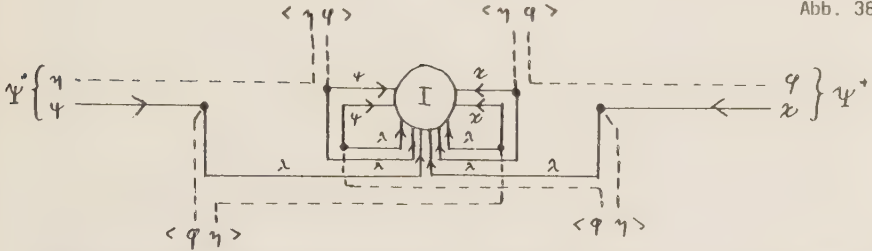


Abb. 38



Wegen der spezifischen Struktur der G_{HF} -Indizes erwarten wir, daß die Masse der angeregten Quasi-Goldstonefermionen Ψ^{*1}_2 oder gleichbedeutend die Größe der Paritätsaufspaltung von der Ordnung

$$m_{\Psi^{*1}_2} \sim \frac{v_1^2 v_2^2}{\Lambda_{HC}^3} \quad (4.96)$$

sein wird.

In Beispiel (ii) erhält man analog durch die effektive Instantonwechselwirkung folgende anomaliefreie "Hyperflavor"-Symmetrie G'_{HF} :

$$G'_{HF} = U(1)_P \times U(1)_Q \times U(1)_V \times Z(3n-3)_Y \quad (4.97)$$

In diesem Fall wird die chirale Protektion für $n = 2$ aufgehoben, so daß die "Hypercolor"-Instantonwechselwirkung dann die Masse der angeregten Quasi-Goldstonefermionen Ψ^* erzeugen kann. Dies ist in Abb. 39 dargestellt.

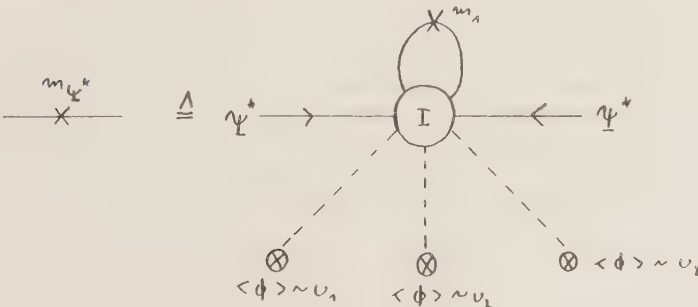


Abb. 39

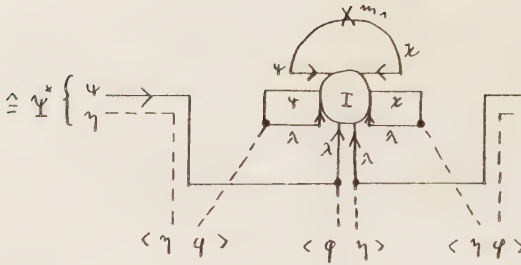


Abb. 39

Die Masse der angeregten Fermionen Ψ^{*1}_2 ist von der Größenordnung

$$m_{\Psi^{*1}_2} \sim \frac{m_{\nu} v_{\nu} v_{\nu}^2}{\Lambda_{H_u}^3} \quad (4.98)$$

Wir wollen am Ende dieses Abschnitts noch einmal hervorheben, daß die "Hypercolor"-Instantonen die chirale Protektion für alle Quasi-Goldstonefermionen aufheben. So kann man in supersymmetrischen Modellen im Gegensatz zu den nicht supersymmetrischen Preonmodellen ein fermionisches Spektrum erhalten, dessen Grundzustand masselos ist, dessen angeregte Zustände aber nicht paritätsgedoppelt zu sein brauchen (s. Abb. 40 und vergl. mit Abb. 25).

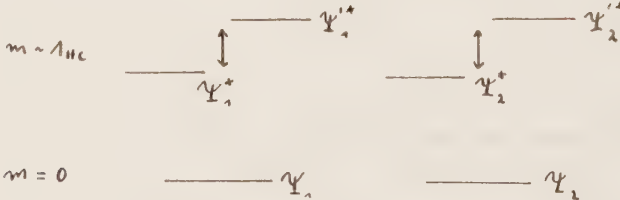


Abb. 40

4.3.3 Radiative Massenerzeugung und Supersymmetriebrechung

4.3.3.1 Supersymmetriebrechung

In diesem Abschnitt wollen wir nun untersuchen, in wieweit zusammengesetzte Quasi-Goldstonefermionen durch radiative Effekte, also speziell durch Einführung von Elektromagnetismus und Farbe, massiv werden können. Zusätzlich muß auch noch erreicht werden, daß die (Pseudo-) Goldstonebosonen als supersymmetrische Partner der Quarks und Leptonen wesentlich schwerer als diese werden, da man z.B. aus e^+e^- -Experimenten weiß, daß die geladenen skalaren Teilchen massiver als ungefähr 20 GeV sein müssen.

Wir betrachten also wiederum die explizite Brechung der "Hyperflavor"-Symmetrie G_{HF} durch Eichung einer Untergruppe S^* . Dadurch kann nicht nur wie im nicht supersymmetrischen Fall die chirale Protektion für die Fermionen explizit gebrochen werden, vielmehr verlieren einige oder sogar alle masselosen Superfelder ihre Goldstoneeigenschaft. Um jedoch nicht verschwindende Massenbeiträge zu erhalten, muß Supersymmetrie gebrochen werden. Dies ist eine Konsequenz der Nichtrenormierungs-Theoreme [94], die auch für zusammengesetzte Felder gültig sind [99]. Diese besagen, daß bei ungebrochener Supersymmetrie radiative Korrekturen nur zu den D-Termen, aber nicht zum Superpotential beitragen. Zustände, die auf "tree-level" masselos sind, werden auch unter radiativen Korrekturen masselos bleiben. Dies liegt daran, daß die Eichung einer Untergruppe S von G_{HF} die Symmetrie des Superpotentials $\tilde{G}_{HF}$ nicht reduziert und somit das Goldstone-spektrum unverändert läßt. Dies ist auch plausibel, wenn man die supersymmetrische Dashen-Formel [101] betrachtet:

$$m^{ab} = \left\langle \left[\frac{x^a}{f^a}, \left[\frac{x^b}{f^b}, W_{\theta,\theta} \right] \right] \right\rangle \quad (4.99)$$

(x^a sind die gebrochenen Generatoren).

Diese Formel beinhaltet nur das Superpotential W und nicht die gesamte Lagrangefunktion. Deswegen muß man, um Masse für die Goldstonefelder zu erzeugen, neben der expliziten Brechung von G_{HF} auf jeden Fall auch Supersymmetrie brechen. Wir wollen uns in dieser Arbeit darauf beschränken, nur explizite Supersymmetriebrechung zu betrachten, da erstens spontane Brechung zu phänomenologisch unerwünschten Goldstinos führt und zweitens weil die Kopplung zur Supergravity explizite SUSY Brechungsterme relativ natürlich liefern kann [102]. Eine allgemeine Eigenschaft dieser expliziten Brechungsterme ist, daß sie "weich" sind in dem Sinne, daß sie die ultravioletten Eigenschaften der supersymmetrischen Theorie bewahren und es nur eine beschränkte Anzahl von ihnen gibt. Die interessantesten von ihnen sind einmal explizite Massenterme für die skalaren Komponenten des chiralen Supermultipletts, die sowohl einen Beitrag zum kinetischen Term K als auch zum Superpotential W liefern:

* Für das "Vakuualignementproblem" in supersymmetrischen Eichtheorien siehe Ref. [100].

$$\begin{aligned}\Delta K &= \mu^2 \theta^2 \bar{\theta}^2 \bar{\phi} \phi \\ \Delta W &= \mu^2 \theta^2 \phi \phi\end{aligned}\quad (4.100)$$

Zum anderen kann Supersymmetrie durch die Einführung von Gaugino-Massentermen explizit gebrochen werden:

$$\Delta W = (1/16 g^2) \mu^2 \theta^2 \text{Tr} W^\alpha W_\alpha \quad (4.101)$$

Wir wollen im folgenden nur Supersymmetrie-Brechungseffekte durch Massen der schwach geeichten Gauginos wie Gluino oder Photino diskutieren*, da dies im Zusammenhang mit der radiativen Massenerzeugung durch explizite Eichung einer G_{HF} -Untergruppe sehr natürlich ist.

Wir betrachten also radiative Massendiagramme für die Goldstone-Superfelder Π wie in Abb. 41 gezeigt ist.

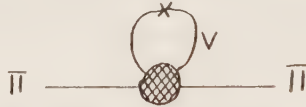


Abb. 41

V bedeutet dabei das Vektormultiplett des schwachen Eichfeldes, das Kreuz die explizite SUSY-Brechung; die Blase steht für das angeregte Spektrum von massiven Supermultipletts. Dieses Diagramm kann man auch in seine Komponenten zerlegen. Der resultierende radiative Massenterm für Goldstonebosonen und Quasi-Goldstonefermionen ist in Abb. 42 gezeigt.

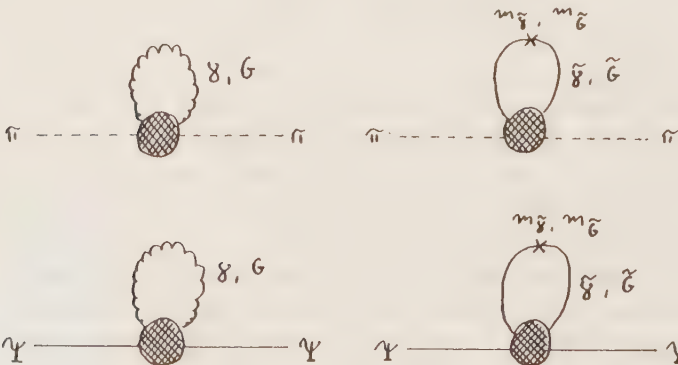


Abb. 42

* Für SUSY-Brechung und Massenerzeugung durch "Hypercolor"-Gauginosmassen s. Ref. [83].

Hierbei steht das Kreuz für die Photino- bzw. Gluinomasse. Die Blase steht wiederum für das bosonische bzw. fermionische angeregte Spektrum. Im Falle von verschwindender Gauginomasse würden sich die beiden Diagramme jeweils aufheben, so daß die Massen gleich Null sind. Im Falle der Fermionen muß natürlich die chirale Symmetrie im schweren angeregten Sektor gebrochen sein, um eine endliche Fermionmasse zu erhalten.

4.3.3.2 Explizite Berechnung der Quasi-Goldstonefermionmassen mittels effektiver Lagrangefunktion

Es ist nun im Falle der Supersymmetrie sehr wichtig, daß man die aufgeführten radiativen Massendiagramme nicht nur für die Goldstonebosonen, sondern auch für die Quasi-Goldstonefermionen im Gegensatz zu den nicht supersymmetrischen Preonmodellen (s. Kapitel 4.2.3) trotz der nicht störungstheoretischen Natur der Bindungszustände, d.h. ohne daß man das nicht störungstheoretische Problem des "Hypercolor"-Bindungszustandes explizit gelöst hat, berechnen kann. Das liegt daran, daß zum einen die SUSY-Brechungsterme weich sind und zum anderen, daß wegen der Goldstonenatur der Bosonen und Fermionen das supersymmetrische Analogon der PCAC-Relationen [103] existiert.

Analog zur normalen QCD kann man den bosonischen und fermionischen Massenterm m_B^2 bzw. m_F mittels der supersymmetrischen Dasher-Formel [104] oder auch durch die supersymmetrische Verallgemeinerung des effektiven Lagrange-funktions-Ansatzes [105] berechnen, (vergl. Abschnitt 2.2.1.4). Die letztere Möglichkeit wollen wir im folgenden anführen.

Wir berechnen also m_B^2 und m_F störungstheoretisch, indem wir eine effektive Lagrangefunktion benutzen, die neben den Goldstone-Superfeldern Π auch die korrespondierenden ρ und A_1 -Vektormeson-Superfelder enthält. Dazu betrachten wir wiederum unsere 2-Flavor-Super-QCD mit $G_{HF} \sim SU(2)_L \times SU(2)_R$, welche spontan auf $H_{HF} = SU(2)_V$ gebrochen ist. $U(1)_{e.m.}$ ist folglich eine Untergruppe von $SU(2)_V$. Supersymmetrie ist durch den Photinomassenterm explizit gebrochen.

Um die effektive Lagrangefunktion zu konstruieren, folgen wir dem Ansatz von Ref. [106]. Die nichtlineare Lagrangefunktion für die Goldstone-Super-

felder $\Pi = \Pi_a \tau_a$ ($a = 1, 2, 3$) ist gegeben durch [107]:

$$L_{eff} = \frac{1}{2} f_\pi^2 \text{Tr} \int d^2\theta d^2\bar{\theta} M^\dagger M \quad (4.102)$$

mit

$$M = \exp \left(i \frac{\sqrt{2}}{f_\pi} \Pi \right)$$

Wir möchten nun die globalen $SU(2)_{L(R)}$ -Ströme $J_{L(R)}$ als dynamische Freiheitsgrade mit in unsere effektive Lagrangefunktion einschließen. Gemäß der supersymmetrischen Verallgemeinerung der Stromfeldidentitäten sind sie gegeben durch:

$$J_L = \frac{m^2}{g^2} e^{gV_L}, \quad J_R = -\frac{m^2}{g^2} e^{-gV_R} \quad (4.103)$$

m ist dabei eine Skala proportional zu Λ_{HC} , g^2 die effektive Kopplungskonstante und $V_{L(R)}$ links (rechts)-händige Eichfelder. Somit erhalten wir als einfachste effektive Lagrangefunktion:

$$L_{eff} = L_{eichinv} + L_{Stör}$$

$$L_{eichinv} = \left(\frac{1}{4g^2} \text{Tr} \int d^2\theta \left(W^\alpha(V_L) W_\alpha(V_L) + W^\alpha(V_R) W_\alpha(V_R) + h.c. \right) \right. \quad (4.104)$$

$$\left. + \frac{1}{2} f_\pi^2 \left(\frac{1}{1-\beta^2} \right) \text{Tr} \int d^2\theta d^2\bar{\theta} M^\dagger e^{gV_R} M e^{-gV_L} \right)$$

$$L_{Stör} = \frac{m^2}{g^2} \text{Tr} \int d^2\theta d^2\bar{\theta} \left(e^{gV_L} + e^{-gV_R} \right)$$

$W(V_{L(R)})$ sind die zu $V_{L(R)}$ gehörigen üblichen chiralen Feldstärkespinoren. L_{inv} ist invariant unter lokalen $SU(2)_L \times SU(2)_R$ -Transformationen. Die Nichtinvarianz von $L_{Stör}$ unter lokalen $SU(2)_L \times SU(2)_R$ -Transformationen ist der Ausdruck des Massenterms für die Vektorsuperfelder. Somit beschreibt L_{eff} die Wechselwirkung der Goldstonesuperfelder mit Vektorbosonen der Masse $1/2 m^2$ analog zum nicht supersymmetrischen Fall. Jedoch involviert L_{eff} auch zusätzliche skalare Komponenten der Superfelder, die das übliche D-Potential spüren. Um einen supersymmetrischen Grundzustand $V = 0$ bei $\langle V_L \rangle = \langle V_R \rangle = \langle \Pi \rangle = 0$ zu gewährleisten, erhalten wir als Bedingung:

$$\frac{1}{2} f_\pi^2 \frac{1}{1-\beta^2} = \frac{m^2}{g^2} \quad (4.105)$$

Diese Relation erscheint modellabhängig und kommt von der spezifischen Wahl unserer effektiven Lagrangefunktion.

Als nächstes definieren wir:

$$J_V = 1/2(J_L + J_R) \quad , \quad J_A = 1/2(J_L - J_R) \quad (4.106)$$

und gleichermaßen die supersymmetrischen Analoga der ρ und A_1 -Vektor-mesonen:

$$\rho = 1/2(V_L + V_R) \quad , \quad A' = 1/2(V_L - V_R) \quad (4.107)$$

Das hat zur Folge, daß die Strom-Feld-Identitäten zwischen J_V und ρ bzw. J_A und A' recht kompliziert sind:

$$\begin{aligned} J_V &= \frac{1}{2} \frac{m^2}{g^2} \left(e^{g(\rho \cdot A')} - e^{-g(\rho \cdot A')} \right) = \frac{m^2}{g^2} \left(g\rho + \frac{1}{2} g^2 \{A', \rho\} + \dots \right) \\ J_A &= \frac{1}{2} \frac{m^2}{g^2} \left(e^{g(\rho \cdot A')} + e^{-g(\rho \cdot A')} \right) = \frac{m^2}{g^2} \left(1 + g A' \cdot \frac{1}{2} g^2 (\rho^2 \cdot A'') + \dots \right) \end{aligned} \quad (4.108)$$

Wenn wir die redefinierten Felder von Gl.(4.107) in L_{eff} einsetzen, erhalten wir einen Massenmischterm:

$$L_{\text{mix}} = \frac{i g \sqrt{f_\pi}}{1 - \beta^2} \text{Tr} \int d^2\theta d^2\bar{\theta} \left(\bar{\Pi} - \Pi \right) A' \quad (4.109)$$

Diagonalisierung führt zu:

$$A' = A + \frac{i \beta}{f_\pi m} \left(\Pi - \bar{\Pi} \right) \quad (4.110)$$

Dies führt zu zusätzlichen Goldstone-Vektorwechselwirkungen in den kinetischen Termen. Der Faktor $(1 - \beta^2)^{-1}$ gewährleistet, daß die Goldstone-felder einen kanonischen kinetischen Term haben, wenn:

$$\beta = \frac{g f_\pi}{m} \quad (4.111)$$

Die Massen der Vektorbosonen sind jetzt:

$$m_\rho^2 = m^2 \quad , \quad m_{A'}^2 = \frac{m^2}{1 - \beta^2} \quad (4.112)$$

Um eine $\Pi^\pm - \Pi^0$ -Massendifferenz zu erhalten, muß Elektromagnetismus mit eingeschlossen werden. Dies geschieht, indem wir $\text{Tr}(J_L - J_R)$ in Gl.(4.104) durch

$$\begin{aligned} & \text{Tr} \left(\mathcal{D}_L e^{eV\tau_3} - \mathcal{D}_R e^{-eV\tau_3} \right) = \\ & = \frac{m_f^2}{g^2} \text{Tr} \left(e^{g(\rho+A')} e^{eV\tau_3} + e^{-g(\rho-A')} e^{-eV\tau_3} \right) \end{aligned} \quad (4.113)$$

substituieren. V ist hierbei das Photonsuperfeld. Dieser Ausdruck bricht nun die globale $SU(2)$ -Invarianz. Die Entwicklung von $L_{\text{Stör}}$ enthält einen ρ^0 -Photon-Mischterm analog zum nicht supersymmetrischen Fall:

$$2 \frac{e}{g} m_f^2 \int d^2\theta d^2\bar{\theta} \rho^0 V \quad (4.114)$$

Wegen dieses Mischterms korrespondieren weder ρ^0 noch V zu physikalischen Teilchen. Jedoch reicht es aus, für die Prozesse niedrigster Ordnung nur Gl.(4.114) als elektromagnetische Wechselwirkung zu nehmen. Das ist genau die Idee der ρ -Vektordominanz.

Schließlich müssen wir Supersymmetrie brechen, um Massenterme zu erzeugen. Dies geschieht durch einen Photinomassenterm μ . Deswegen addieren wir zu L_{eff} folgenden Term, der die elektromagnetische Wechselwirkung beschreibt:

$$\begin{aligned} L_{\text{E.M.}} &= \frac{1}{4e^2} \left(\int d^2\theta (1 + 2\rho\theta^2) W^\alpha(V) W_\alpha(V) + \text{h.c.} \right) - \\ &- \frac{1}{16} \int d^2\theta d^2\bar{\theta} (D^2 V) (\bar{D}^2 V) \end{aligned} \quad (4.115)$$

Supersymmetrie ist durch die explizite θ -Abhängigkeit gebrochen. L_{eff} führt zu folgendem Photon-Propagator [108]:

$$i \Delta^{\gamma\delta}(1, 2, q^2, \mu) = i \Delta_0^{\gamma\delta}(1, 2, q^2) + i \tilde{\Delta}^{\gamma\delta}(1, 2, q^2, \mu)$$

wobei $i \Delta_0^{\gamma\delta}(1, 2, q^2) = -\frac{1}{q^2} \delta_{\gamma\delta}$

$$\begin{aligned} i \tilde{\Delta}^{\gamma\delta}(1, 2, q^2, \mu) &= \frac{1}{q^2} \left(\mu (\Delta_0 + \bar{\Delta}_0) + \mu^2 (\Delta_c + \bar{\Delta}_c) \right) \delta_{\gamma\delta} \\ \Delta_0 &= \frac{1}{8(q^2 + \mu^2)} D^\alpha \bar{D}^2 \theta^2 D_\alpha \\ \Delta_c &= \frac{-1}{32 q^2 (q^2 + \mu^2)} D^\alpha \bar{D}^2 \theta^2 \bar{\theta}^2 D^2 \bar{D}^{\dot{\beta}} \chi_{\alpha\dot{\beta}} \\ \delta_{\gamma\delta} &= (\theta_\gamma - \theta_\delta)^2 (\bar{\theta}_\gamma - \bar{\theta}_\delta)^2 \end{aligned} \quad (4.116)$$

Δ_Y^γ repräsentiert den SUSY erhaltenden Teil. Sein Beitrag verschwindet wegen des Nichtrenormierungs-Theorems. Deswegen vernachlässigen wir im folgenden Δ_Y^γ . Für den A-Propagator benutzen wir:

$$i \Delta_{ab}^A(1,2,q^2) = \frac{1}{q^2 + m_A^2} \left(1 - \frac{\{D^2, \bar{D}^2\}}{16 m_A^2} \right) \delta_{a2} \delta_{b1} \quad (4.117)$$

während wir für ρ einen effektiven Propagator, der die Vektordominanz reflektiert, benutzen:

$$i \Delta_{ab}^{\rho \gamma \rho}(1,2,q^2,p) = -i \Delta^\rho \tilde{D}^\gamma \Delta^\rho \delta_{a3} \delta_{b2} = -\frac{e^2}{q^2} i \left(\frac{m_\rho^2}{q^2 + m_\rho^2} \right)^2 \tilde{D}^\gamma \delta_{a3} \delta_{b2} \quad (4.118)$$

Nun sind wir in der Lage, die Pion-Massendifferenz zu berechnen. Genauer gesagt berechnen wir L_{Mass}

$$L_{\text{Mass}} = \int d^2\theta \, \bar{\pi}_+ \pi_- \mathcal{M}(x, \theta) + h.c. \quad (4.119)$$

indem wir alle "tree"-Diagramme $\rho^\circ \pi + \rho^\circ \pi$ betrachten und den $\rho^\circ \gamma \rho^\circ$ -Loop mit dem Propagator von Gl.(4.118) schließen. Dann sind die Massen der Goldstonebosonen und Quasi-Goldstonefermionen gegeben durch:

$$m_\theta^2 = \int d^2\theta \, \mathcal{M}(0, \theta), \quad m_F = \mathcal{M}(0, \theta=0) \quad (4.120)$$

Die relevanten Vertizes in L_{eff} , die zu $\mathcal{M}$ beitragen, sind von der Form $\pi\pi\rho$, $\pi\pi\rho\rho$, $\pi\pi\rho D^\alpha \bar{D}^2 D_\alpha \rho$ und $\pi A D^\alpha \bar{D}^2 D_\alpha \rho$. Die zu $\mathcal{M}$ beitragenden Superdiagramme sind in Abb. 43 gezeigt (das Kreuz bedeutet die SUSY brechende Photinomasse).

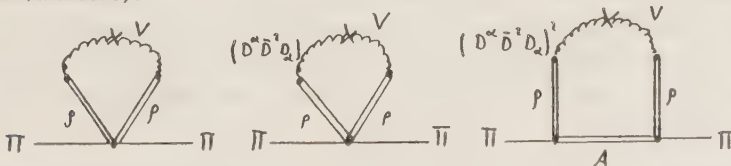


Abb. 42

Damit erhält man:

$$\mathcal{M}(0, \theta) = \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} F(q^2) G(q^2, \theta) \quad (4.121)$$

wobei

$$F(q^2) = \frac{e^2 m_\rho^4}{i (q^2 + m_\rho^2)^2} \left(\frac{1}{q^2} + \frac{\beta^2}{m_\rho^2} - \frac{\beta^2}{m_\rho^2} \frac{q^2}{q^2 + m_A^2} \right)$$

und

$$\int d^4\theta \, G(q^2, \theta) = 4\mu^2 \frac{1}{q^2 + \mu^2} \quad , \quad G(q^2, 0) = 2\mu \frac{1}{q^2 + \mu^2}$$

Damit gibt uns Gl.(4.120) folgende Boson- bzw. Fermionmassen:

$$m_B^2 = \mu^2 A(\mu^2) \quad , \quad m_F = 1/2 \, \mu A(\mu^2) \quad (4.122)$$

mit

$$\begin{aligned} A(\mu^2) &= 4 \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \, \bar{T}(q^2) \frac{1}{q^2 + \mu^2} = \\ &= \frac{\alpha}{\pi} \left(\frac{m_A^2}{m_A^2 - \mu^2} \right) \left(\frac{m_F^2}{m_F^2 - \mu^2} \ln \left(\frac{m_F^2}{\mu^2} \right) - \frac{m_F^2}{m_A^2 - \mu^2} \ln \left(\frac{m_A^2}{\mu^2} \right) \right) \end{aligned}$$

Wie erwartet verschwindet für ungebrochene Supersymmetrie, also für verschwindende Photinomasse $\mu = 0$, sowohl der bosonische als auch der fermionische Massenterm.

Im nicht supersymmetrischen Fall war β ein freier Parameter, dessen empirischer Wert $\beta = 1/2$ beträgt [31], was $m_A^2 = 2m_\rho^2$ impliziert. Mit dieser Wahl von β bekommen wir (abgesehen von einem Faktor 4 statt 3, der von einem zusätzlichen D-Term-Beitrag herrührt) genau das nicht supersymmetrische Ergebnis von Gl.(2.67), wenn die Photinomasse gegen unendlich geschickt wird. Andererseits ist unsere spezielle effektive Lagrangefunktion in Gl.(4.104) so beschränkt, daß $\beta = 2/3$ und deswegen $m_A^2 = 3m_\rho^2$ ist. Diese Relation kann jedoch, wie schon bemerkt, modellabhängig sein.

Bemerkenswert ist noch, daß dieses Resultat auch erhalten wurde, indem man die Pionmassen mittels der supersymmetrischen Dashen-Formel berechnet [104]. Obige Rechnung kann auch für die Eichung einer nichtabelschen Untergruppe $S \subseteq G$ verallgemeinert werden. Dies geschieht, indem man in Gl.(4.122) die elektrische Ladung e^2 durch die quadratische Casimir-Konstante $C_2(r_1)$ von S ersetzt, wobei r_1 die Darstellung des jeweiligen Fermions oder Bosons bezüglich S ist.

Schließlich wollen wir noch kurz auf die Rolle der chiralen Symmetrie zu sprechen kommen. In diesem Beispiel (G/H war ein sogen. symmetrischer Raum) war die chirale Symmetrie gebrochen, so daß radiative Massenerzeugung möglich ist. Das Fermion-Boson-Massenverhältnis ist dann grob durch $m_F/m_B \sim \sqrt{\alpha}$ gegeben. So können die Quasi-Goldstonefermionen im Gegensatz zu den nicht supersymmetrischen Preonmodellen eine radiative Masse erhalten.

Insbesondere können "Hypercolor"-Instanton-Effekte die chirale Protektion für alle Goldstonefermionen aufheben, so daß elektromagnetische Massenerzeugung für sämtliche zusammengesetzte Fermionen möglich ist (Abb. 43 und vergl. mit Abb. 31).

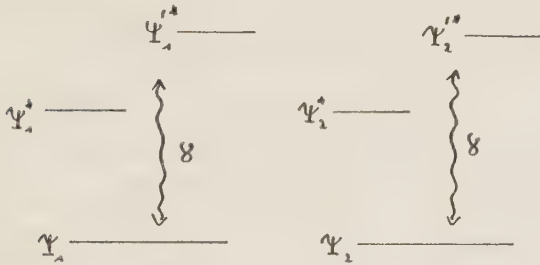


Abb. 43

Somit können supersymmetrische Preonmodelle eine konkrete Realisierung der Idee liefern, daß Elektromagnetismus der Ursprung von Quark- und Leptonmassen ist [84],[85].

Ist jedoch andererseits ein Teil der chiralen Symmetrie ungebrochen, so bleiben die Quasi-Goldstonefermionen masselos, während die Bosonen eine radiative Masse erhalten. Dies liegt daran, daß der hier betrachtete Massenterm von Gl.(4.119) sowohl für Bosonen als auch für Fermionen bei chiraler Protektion verschwindet. Die Bosonen erhalten jedoch auch Masse durch Terme der Form

$$L'_{\mu,\nu} = \int d^2\theta d^2\bar{\theta} \bar{\Pi} \Pi M'(x, \theta) \quad (4.123)$$

die auch bei chiraler Protektion ungleich Null sind. Diese Terme enthalten aber keine Fermionmassen-Komponenten. So sind die Quasi-Goldstonefermionmassen immer zu Parametern proportional, die die Größe der chiralen Symmetriebrechung bestimmen.

4.3.3.3 Radiative Massenerzeugung in einem semi-realistischen Preonmodell für eine Quark-Leptonfamilie

Wir wollen nun am Ende unserer Arbeit kurz ein semirealistisches supersymmetrisches Preonmodell vorstellen [92], das die radiative Massenerzeugung für eine Familie von Quarks und Leptonen beschreibt. Es beinhaltet sozusagen alle unsere bisher gewonnenen Erkenntnisse über radiative Massen-

erzeugung für Quasi-Goldstonefermionen und über chirale Symmetriebrechung durch "Hypercolor"-Instantonen.

Wir betrachten eine "Hypercolor"-Theorie $SU(n)_{HC}$ mit 6 Preonen P_i^α und Q_α^i ($\alpha = 1 \dots n$; $i = 1 \dots 6$). Dieses Modell steht in direkter Korrespondenz zu unserem 2-Flavorbeispiel von Kapitel 4.3.1.2 bzw. 4.3.2. Für den Fall masseloser Preonen (analog zum Beispiel (i) des 2-Flavormodells) besitzt die Theorie folgende chirale globale "Hyperflavor"-Symmetrie:

$$G_{HF} = SU(6)_P \times SU(6)_Q \times U(1)_P \times U(1)_Q \times Z(18-3n)_Y \quad (4.124)$$

Das zusammengesetzte Superfeld $\Gamma_j^i = P_j^\alpha Q_\alpha^i$ bildet ein $(\bar{6}, 6)$ -plett unter $SU(6)_P \times SU(6)_Q$. Deswegen bricht der Vakuumerwartungswert

$$\begin{aligned} \langle \Gamma_j^i \rangle &= v_j \delta_j^i, & v_j &= A & j &= 1 \dots 4 \\ & & v_j &= B & j &= 5, 6 \end{aligned} \quad (4.125)$$

G_{HF} spontan auf H_{HF} :

$$H_{HF} = SU(4)_{P+Q} \times SU(2)_{P+Q} \times U(1)_{P+Q} \times U(1)'_{P+Q} \times Z(18-3n)_Y \quad (4.126)$$

Für $n = 6$ wird die diskrete Z -Symmetrie zu $U(1)_X$ umgewandelt. Wir erhalten 36 (35 für $n = 6$) masselose Goldstone-Superfelder Π_j^i , die sich unter der adjungierten Darstellung von $U(6)$ transformieren. Diese zerfällt unter $SU(4)_{P+Q} \times SU(2)_{P+Q}$ wie folgt:

$$36 = (15, 1) + (4, 2) + (\bar{4}, 2) + (1, 3) + (1, 1) + (1, 1)' \quad (4.127)$$

Für $n \neq 6$ sind alle Goldstonefelder reell unter der ungebrochenen kontinuierlichen Symmetrie. Für $n = 6$ gibt es Anomalien, die zur ungebrochenen $U(1)_X$ -Gruppe gehören. Was die t'Hooft-Bedingung bezüglich dieser Gruppe betrifft, s. Ref. [88].

Das $(4, 2)$ -Multiplett hat die richtigen Quantenzahlen, um eine Familie von linkshändigen Quarks und Leptonen zu beschreiben; es korrespondiert zu Π_2^1 unseres $U(2) \times U(2)$ -Modells. Das $(\bar{4}, 2)$ -Multiplett kann linkshändige Antiquarks und Antileptonen (also rechtshändige Quarks und Leptonen) einer Familie beschreiben und korrespondiert zu Π_2^2 . Schließlich korrespondieren $(15, 1) + (1, 1)$ zu Π_2^1 und $(1, 3) + (1, 1)'$ zu Π_1^2 .

Wir wollen folgende Preonmassenterme einführen (korrespondierend zu Beispiel (ii) des 2-Flavormodells):

$$M_{j,j}^i = m_{j,j}^i \quad m_j = m \neq 0 \quad j = 1 \dots 4 \quad (4.128)$$

$$m_j = 0 \quad j = 5, 6$$

(dies ist konsistent mit der möglichen Eichung von $SU(2)_L$).

Dadurch wird G_{HF} explizit auf G'_{HF} gebrochen:

$$G'_{HF} = U(4)_{P+Q} \times SU(2)_P \times SU(2)_Q \times U(1)_P \times U(1)_Q \times Z(6-3n)_Y \quad (4.129)$$

G'_{HF} wird durch $\langle T_{j,j}^i \rangle$ spontan auf H'_{HF} gebrochen:

$$H'_{HF} = SU(4)_{P+Q} \times SU(2)_{P+Q} \times U(1)_{P+Q} \times U(1)'_{P+Q} \times Z(6-3n)_Y \quad (4.130)$$

Für ungebrochene Supersymmetrie hat das Teilchenspektrum jetzt folgende Gestalt: Nur die $(15,1) + (1,1)$ -Multipletts bekommen eine Masse der Ordnung m (s. Gl.(4.87)). Alle übrigen Multipletts sind noch (Pseudo-) Goldstone-Superfelder und bleiben masselos - insbesondere sind die $(4,2)$ und $(\bar{4},2)$ Quark- und Leptonfelder mit den gebrochenen Generatoren von $\tilde{G}'_{HF}/G'_{HF}$ assoziiert. In diesem Punkt stimmen wir nicht mit dem Teilchenspektrum von Ref. [88] überein.

Nun eichen wir die physikalische Gruppe $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y (= SU(3)_{P+Q} \times SU(2)_P \times U(1)_{P+Q})$ mit $\alpha_i \neq 0$ ($i = 1, 2, 3$). (Die Eichung der Gruppe $SU(2)_L$ ist für die folgende radiative Massenerzeugung nicht unbedingt notwendig). Wir nehmen an, daß Supersymmetrie durch Gluino-, Wino- und Photino-masse m_{μ_i} ($i = \tilde{G}, \tilde{W}, \tilde{\gamma}$) explizit gebrochen ist. Dann erhalten die skalaren Felder, die in den $(4,2)$ - und $(\bar{4},2)$ -Multipletts enthalten sind, Masse der Ordnung:

$$m_{\Phi}^2 \approx \frac{\alpha_i}{\pi} m_{\mu_i}^2 \ln \left(\frac{\Lambda_{HC}}{m_{\mu_i}} \right) \quad (i = 1, 2, 3) \quad (4.131)$$

Im Vergleich mit Formel (4.122) haben wir also m_ρ^2 , m_A^2 und $m_A^2 - m_\rho^2$ ungefähr gleich Λ_{HC} gesetzt.

Der $(1,3)$ -Skalar ist bei $SU(2)_L$ -Eichung durch das massive W-Boson verschluckt worden.

Für die Fermionen unterscheiden wir wiederum zwischen zwei Fällen. Für $n \neq 3$ sind die Fermionen durch die chirale diskrete Symmetrie geschützt und bleiben masselos. Für $n = 3$ ist jedoch wie in Abschnitt 4.3.2 diskutiert worden die chirale Protektion durch die "Hypercolor"-Instantonen aufgehoben, d.h. das angeregte Spektrum sämtlicher Goldstonefermionen

ist nicht paritätsgedoppelt. Explizit erhalten die Quarks (3,2) (in (4,2) enthalten) Masse der Ordnung (s. Gl.(4.98)):

$$m_q \approx \frac{m_s^4 A B^3}{\Lambda_{HC}^3} \left(\frac{\alpha_s}{\pi} m_{\tilde{G}} \ln \left(\frac{\Lambda_{HC}}{m_{\tilde{G}}} \right) + \frac{\alpha}{\pi} m_{\tilde{g}} \ln \left(\frac{\Lambda_{HC}}{m_{\tilde{g}}} \right) \right) \quad (4.132)$$

Der Vorfaktor gibt also das Maß der chiralen Symmetriebrechung an (B ist die Brechungsskala von $SU(2)_L$). Mit $\alpha_s \approx 0.1$, $B \approx 200$ GeV, $m = A = \Lambda_{HC} = 1$ TeV, $\alpha = 1/137$, $m_{\tilde{G}} = 10 - 100$ GeV und $m_{\tilde{Y}} = 10$ GeV erhält man: $m_q \approx 10 - 100$ MeV. Mit diesen Werten erhalten die korrespondierenden s-Quarks Masse der Ordnung $(10 \text{ GeV})^2$. Wir wollen aber auch auf die interessante Möglichkeit hinweisen, daß die Quarkmassen durch elektromagnetische Effekte dominiert werden können, wenn die Gluinomasse viel kleiner als die Photinomasse ist. Das Elektron als geladene Komponente von (1,2) (auch in (4,2) enthalten) erhält Masse der Ordnung

$$m_e \approx \frac{\alpha}{\pi} m_{\tilde{g}} \frac{m_s^4 A B^3}{\Lambda_{HC}^3} \ln \left(\frac{\Lambda_{HC}}{m_{\tilde{g}}} \right) \approx 1 \text{ MeV} \quad (4.133)$$

während das Neutrino masselos bleibt. Das (1,3) Quasi-Goldstonefermion ist bei $SU(2)_L$ -Eichung durch das massive Wino verschluckt worden. Schließlich enthält das Modell noch ein masseloses Singulett-Teilchen (1,1)', das als sogen. Novino [109] bezeichnet wird.

Wie wir gesehen haben, kann dieses Modell eine Familie von Quarks und Leptonen einigermaßen richtig beschreiben. Die radiative Massenerzeugung in einem supersymmetrischen 3-Familien-Modell ist aber sehr schwierig. Ist einerseits nur die erste Familie goldstoneartig, die anderen aber durch einen t'Hooft-Index chiral geschützt [110], so ist radiative Massenerzeugung, besonders durch Elektromagnetismus, fast unmöglich, wie in Abschnitt 4.2.3 gezeigt wurde. Sind andererseits alle Familien Goldstonefelder [111], so unterscheiden sich die verschiedenen Familien durch eine globale "Hyperflavor"-Quantenzahl, so daß Familienmischung schwierig zu realisieren erscheint. Trotzdem sollten, wie wir meinen, weitere Versuche in dieser Richtung unternommen werden.

Kapitel 4.3 abschließend können wir nun feststellen: Der supersymmetrische Goldstonemechanismus ist eine sehr interessante Möglichkeit, die

Kleinheit von Quark- und Leptonmassen im Vergleich zur Bindungsskala Λ_{HC} zu erklären. Die zusammengesetzten Fermionen können zusätzlich noch chiral geschützt sein. Ist diese chirale Protektion z.B. durch "Hypercolor"-Instantoneffekte gebrochen, so ist radiative Massenerzeugung durch elektromagnetisch und Coloreffekte leicht realisierbar.

5. SCHLUSSBETRACHTUNG

In der vorliegenden Arbeit haben wir uns mit der Möglichkeit dynamischer Massenerzeugung für Quarks und Leptonen beschäftigt. Dies setzt eine Erweiterung des Standardmodells der starken und elektroschwachen Wechselwirkung voraus, in dem Quark- und Leptonmassen nur frei wählbare Parameter der Theorie darstellen.

Nach einer Einführung in das Standardmodell und in die dynamische Massenerzeugung für Baryonen und Mesonen wurde zuerst die interessante Möglichkeit betrachtet, daß die QCD-Wechselwirkung allein für die Brechung der Eichsymmetrie der schwachen Wechselwirkung und zugleich für die dynamische Massenerzeugung für Quarks und Leptonen verantwortlich ist. Dies wird möglich, indem man zusätzlich zu Quarks und Leptonen noch sogen. Echoquarks einführt, die sich nach höheren $SU(3)$ -Darstellungen wie Sextett, Oktett usw. transformieren. Unter bestimmten Annahmen über die starke Dynamik (das Bindungspotential der Echoquarks wird im Ein-Gluon-Austauschbild beschrieben) war es nun möglich zu zeigen, daß Echoquarks bei sehr hohen Energien wie 200 GeV kondensieren können, so daß die $SU(2)_L \times U(1)_Y$ -Eichsymmetrie durch die Echoquarkkondensate spontan auf die Eichsymmetrie des Elektromagnetismus $U(1)_Q$ gebrochen wird. Dieses Verhalten wurde in kürzlichen Gitterberechnungen in gewissen Grenzen bestätigt. Um Quarks und Leptonen an der dynamischen Echoquarkmasse teilhaben zu lassen und so eine dynamische Masse für sie zu erzeugen, ist es notwendig, 4-Fermionwechselwirkungen zwischen normalen Fermionen und Echoquarks einzuführen. Diese können einerseits in Subquarkmodellen in natürlicher Weise auftreten, so daß wir ein zwar nicht sehr realistisches Preonmodell für eine Quark-Leptonfamilie mit einem Farboktett-Echoquark vorstellten. Andererseits erhält man die gewünschten 4-Fermionwechselwirkungen, indem man $SU(3)_C$ in eine größere Eichgruppe einbettet, die spontan auf die Eichsymmetrie der starken Wechselwirkung gebrochen wird. Quarks bzw. Leptonen befinden sich dann mit den Echoquarks in gemeinsamen Darstellungen bezüglich dieser neuen starken Eichgruppe. Dieser Ansatz hat uns zu einigermaßen erfolversprechenden Modellen für 2-Fermionfamilien geführt, die auf der starken Eichgruppe $SU(3) \times SU(3)$ bzw. $SU(3) \times SU(3) \times SU(3)$ basierten. In diesem Modell war es möglich, ein realistisches Fermionmassenspektrum und auch eine Cabibbo-

Mischung zu erhalten. Deswegen erachten wir es auch für sinnvoll, die phänomenologischen Konsequenzen dieser neuartigen Modelle zu untersuchen, denn durch die Einführung der Echoquarks existieren neuartige Bindungszustände wie schwere Baryonen oder Pseudo-Goldstonebosonen [112], die man im Prinzip in energiereichen Hadron-Hadron-Kollisionen, insbesondere im Tevatron, entdecken könnte. Auch können Echoquarks und schwere Eichbosonen der erweiterten starken Eichwechselwirkung Flavor ändernde neutrale Prozesse induzieren, die schon die älteren Technicolormodelle in extreme phänomenologische Schwierigkeiten brachten. In diesem Ansatz der dynamischen Fermionmassenerzeugung kann man jedoch zeigen [112], daß keine so starken Einschränkungen existieren, da hier Flavor ändernde neutrale Prozesse nur in höheren Ordnungen existieren.

Im zweiten Hauptteil unserer Arbeit untersuchten wir die dynamische Quark- und Leptonmassenerzeugung in Modellen, in denen diese Teilchen zusammengesetzte Objekte sind. Die Konstituenten, genannt Preonen, werden hierbei durch eine extrem starke "Hypercolor"-Kraft gebunden. Die fermionischen Bindungszustände wie Quarks und Leptonen werden in erster Näherung als masselos betrachtet, wobei die Ursache dafür eine ungebrochene chirale Symmetrie oder die Brechung einer globalen Symmetrie in supersymmetrischen Modellen sein kann. Die im Vergleich zur Bindungsskala Λ_{HC} kleine Fermionmasse kann dadurch entstehen, daß die für die Masselosigkeit verantwortliche Symmetrie explizit, aber schwach durch die bekannten Eichwechselwirkungen wie Farbe oder Elektromagnetismus gebrochen ist, so daß Quarks und Leptonen analog der $\pi^{\pm} - \pi^0$ -Massendifferenz in der QCD radiativ eine Masse erhalten. Im Falle der nicht supersymmetrischen Preonmodelle, in denen eine ungebrochene chirale Symmetrie als Schutzsymmetrie fungiert, konnten wir zeigen, daß die radiative Massenerzeugung schwierig zu realisieren ist, ganz abgesehen davon, daß man die radiative Masse in diesem Fall nicht genau ausrechnen, sondern nur abschätzen kann. Insbesondere ist die Massenerzeugung für zusammengesetzte Fermionen durch abelsche Eichwechselwirkung wie Elektromagnetismus bei ungebrochener chiraler Symmetrie unmöglich, während nichtabelsche Wechselwirkungen wie $SU(3)_C$ im Zusammenspiel mit "Hypercolor"-Instantonen, die die notwendige Helizitätsänderung liefern, eine radiative Fermionmasse erzeugen können.

Dagegen bringen supersymmetrische Preonmodelle für die radiative Massenerzeugung einige Vorteile. Zum einen kann bei weicher Supersymmetriebre-

chung (die wegen der Nichtrenormierungs-Theoreme notwendig ist) wie z.B. durch Gluino- oder Photinomassen die radiative Fermionmasse trotz der nicht störungstheoretischen Natur der Bindungszustände wegen der Existenz von sogen. PCAC-Relationen berechnet werden. Wir haben dies mittels eines zur QCD analogen effektiven Lagrangefunktion-Ansatzes durchgeführt. Zum anderen ist es in den supersymmetrischen Preonmodellen möglich, daß sowohl Farbe als auch Elektromagnetismus für Quark- und Leptonmassen verantwortlich sind. Dies liegt daran, daß die Kleinheit der Massen der zusammengesetzten Fermionen nicht wegen einer ungebrochenen chiralen Symmetrie, sondern wegen ihrer supersymmetrischen Goldstone-Eigenschaft erklärt wird. Insbesondere können hier wiederum die "Hypercolor"-Instantonen die chirale Symmetrie brechen, so daß radiative Massenerzeugung für alle Fermionen möglich wird. Diese Sachverhalte haben wir zuerst ausführlich in einem supersymmetrischen QCD-Modell mit zwei masselosen Preonfeldern erläutert, um schließlich ein semi-realistisches supersymmetrisches Preonmodell für eine Quark- und Leptonfamilie vorzustellen. Ein realistisches Modell für zwei oder drei Familien von Quarks und Leptonen mit Cabibbo-Mischung konnten wir jedoch nicht angeben. Trotzdem meinen wir aber, daß noch mehr Versuche in dieser Richtung unternommen werden sollten, da Preonmodelle mit zusammengesetzten Fermionen (und auch zusammengesetzten schwachen Eichbosonen) unserer Meinung nach eine ziemlich logische Konsequenz unserer bisherigen Kenntnisse über den Aufbau der Materie darstellen und deshalb den Schlüssel zum Verständnis von Quark- und Leptonmassen liefern könnten.

Danksagung

An vorderster Stelle möchte ich meinem Betreuer, Herrn Professor Dr. H.Fritzsche, für die Überlassung des sehr interessanten Themas, für viele fruchtbare Diskussionen sowie für seine fortwährende Unterstützung herzlich danken. Ferner möchte ich die Hilfe und die vielen wertvollen Anregungen von W.Lerche, E.Papantonopoulos, R.D.Peccei und G.Zoupanos dankbar erwähnen. Ebenso danke ich auch U.Baur, K.Bitar, W.Buchmüller, A.Buras, D.Düsedau, G.Mandelbaum, M.Roncadelli, B.Schrempp, F.Schrempp, H.Steger, K.H.Streng und D.Zeppenfeld für nützliche Diskussionen. Schließlich danke ich der Ludwig-Maximilians-Universität München für die finanzielle Unterstützung und meiner Mutter für das Tippen des Manuskripts.

Anhang A. HERLEITUNG DER EFFEKTIVEN INSTANTONWECHSELWIRKUNG

Wir wollen hier die Herleitung der effektiven Instantonwechselwirkung von t'Hooft [6] anführen. Man betrachtet dazu eine SU(2)-Eichtheorie mit m masselosen links- und rechtshändigen Fermionen in der fundamentalen Darstellung von SU(2):

$$L = -\frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G^{\mu\nu a} - \sum_{i,j} \left(\bar{\psi}_i \gamma_\mu D^\mu \psi_j + \bar{\psi}_i m_j \psi_j + \bar{\psi}_i J_{ij} \psi_j \right) \quad (A.1)$$

(J_{ij} ist ein externer Quellenterm).

Ausgangspunkt sind die sogen. Instantonlösungen der klassischen Feldgleichungen im vierdimensionalen euklidischen Raum durch Belavin et al [7]. Diese nichttrivialen Lösungen erfüllen $G_{\mu\nu}^a = \tilde{G}_{\mu\nu}^a$ ($\tilde{G}_{\mu\nu}^a = 1/2 \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} G^{\alpha\beta a}$) und sind durch ihre topologische Quantenzahl ν ($\nu \in \mathbb{Z}$) - genannt Pontryagin-index - charakterisiert:

$$\nu = \frac{g^2}{32\pi^2} \int G_{\mu\nu}^a \tilde{G}^{\mu\nu a} d^4x \quad (A.2)$$

Die Lösung mit $\nu = 1$ im euklidischen Raum ist:

$$A_{\mu}^{a,cl}(x) = \frac{2}{g} \frac{\eta_{a\mu\nu} (x-x_0)^\nu}{g((x-x_0)^2 + \rho^2)} \quad (A.3)$$

x_0 ist der Instantonort und ρ die sogen. Instantongröße.

Die Instantonlösungen der euklidischen Feldgleichung beschreiben den Tunneleffekt von einem Vakuumzustand in ein eichrotiertes Vakuum, das nicht durch eine Reihe von infinitesimalen Eichtransformationen erreicht werden kann. Die Tunnelamplitude für diesen Prozeß ist gegeben durch:

$$W = \langle 0 | 0 \rangle_{in} = \int DA D\psi \cdot \exp \left\{ \int (L - L^{fix}(A) + L^{Geist}(A)) d^4x \right\} \quad (A.4)$$

L^{fix} fixiert die Eichung und L^{Geist} ist der Faddeev-Popov-Geist-Term.

Wir wollen nun zuerst den äußeren Quellenterm $J_{ij} = 0$ setzen. Die Übergangsamplitude W kann man dadurch berechnen, daß man um die nichttrivialen Eichfeldkonfigurationen von GL.(A.3), die stationäre Punkte des Exponenten sind, entwickelt. Nach Gaußscher Integration erhält man dann:

$$W = \exp \left(-\frac{8\pi^2}{g^2} \right) \left(\det M_A \right)^{-1/2} \det M_\psi \det M_{\text{Geist}} \quad (\text{A.5})$$

$\exp(-8\pi^2/g^2)$ gibt die klassische Tunnelwahrscheinlichkeit an; die Determinanten drücken die Fluktuationen durch Quanteneffekte aus. Man berechnet sie durch Diagonalisierung:

$$M_i \psi = E_i \psi \quad (\text{A.6})$$

Zu den Determinanten gibt es nun jeweils verschwindende Eigenwerte. Zum einen existieren zu den Vektorfeldern A genau 8 Null-Eigenvektoren, die man als Translation, Dilatation und Isospinrotation interpretieren kann. Jedoch heben sich die Null-Eigenwerte von M_A und M_{Geist} gerade auf, so daß W keinen divergenten Ausdruck enthält. Explizit ergeben die 8 Null-Eigenwertmoden folgenden Beitrag zu dW :

$$dW = 2^{14} \pi^6 g^{-8} \frac{d^4 z d\rho}{\rho^5} \exp \left(-\frac{8\pi^2}{g^2(\rho)} \right) \quad (\text{A.7})$$

μ_0 ist dabei ein frei gewählter Subtraktionspunkt.

Kommen wir jetzt zu den fermionischen Beiträgen. Für den Fall von masselosen Fermionen besitzt M_ψ im Instantonfeld 0 Eigenwerte, die durch keinen anderen Beitrag aufgehoben werden:

$$M_\psi \psi^0 = 0, \quad \psi_\alpha^0 = (1 + r^2)^{-3/2} u_\alpha \quad (\text{A.8})$$

u_α ist dabei ein bestimmter Tensor mit Dirac- und Isospin-Indizes.

Die Zahl der fermionischen Null-Moden in einer bestimmten Eichdarstellung r ist durch das Atiyah-Singer-Indextheorem [113] festgelegt und ist gegeben durch:

$$N_{\psi^0} = m \cdot \ell_2(r), \quad \ell_2(\text{fund}) = 1 \quad (\text{A.9})$$

In unserem Fall erhalten wir also m links- und rechtshändige Null-Moden $\psi^0_{iL(R)}$. Wegen der Existenz der fermionischen Null-Moden verschwindet also die Tunnelamplitude W für den Fall von masselosen Fermionen. W muß somit proportional zu $(m_f)^m$ sein. Explizit ist der totale Beitrag der Fermionen

zu dW gegeben durch:

$$\rho^m (m_f)^m \exp \left[-\frac{2}{3} m \ln(\rho_0 \rho) + 2 m \alpha \left(\frac{1}{2} \right) \right] \quad (\text{A.10})$$

Dieser Beitrag ist noch mit Gl.(A.7) zu multiplizieren.

Nun wollen wir auch den fermionischen Quellenterm J_{ij} betrachten. Das Ziel dabei ist, die dadurch erhaltene Greens-Funktion zu amputieren und damit die effektive Fermionwechselwirkung zu erhalten. Bei vorhandenem Quellenterm verschwindet die Tunnelamplitude im Fall von masselosen Fermionen nicht mehr, da die niedrigsten Eigenwerte durch die Quelle bestimmt werden:

$$M_{\psi} \psi_i^{\circ} + J_{ij} \psi_j^{\circ} = E_i \psi_i \quad (\text{A.11})$$

Somit erhält man:

$$\det (M_{\psi} + J) = \det \int \psi_i^{\circ} J_{ij}(x) \psi_j^{\circ} d^4 x \quad (\text{A.12})$$

Für große x^2 hat diese Amplitude genau die Form einer m -Punkt Greens-Funktion, in der jeder Quellenpunkt durch zwei Fermionlinien mit dem Instanton verbunden ist (s. Abb. 44 für den Fall dreier Flavors).

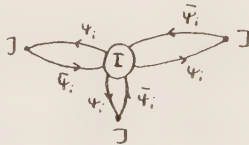


Abb. 44

So kann man sich jetzt fragen, welche effektive Fermionwechselwirkung die gleiche Übergangsamplitude ergibt. Diese effektive instanton-induzierte Fermionwechselwirkung ist mit Gl.(A.7) und (A.10) gegeben durch:

$$L_{\text{eff}}^{\text{inst}}(z) = 2^{14+3m} \pi^{6+2n} g^{-8} d^4 z \int d\rho \rho^{-5+3m} \exp \left(\frac{-8\pi^2}{g^2(\rho)} \right) \cdot \left(\left\langle \prod_{i=1}^m (\bar{\psi}_i \omega) (\bar{\omega} \psi_i) \right\rangle + h.c. \right) \quad (\text{A.13})$$

ω ist der Helizitätsprojektor:

$$\langle \omega_\alpha \bar{\omega}_\beta \rangle = \frac{1}{4} \delta_{\alpha\beta} (1 + \gamma_5) \quad (\text{A.14})$$

Somit vernichtet $L_{\text{eff}}^{\text{inst}}$ gerade m linkshändige Fermionen ψ_L und erzeugt m rechtshändige Fermionen ψ_R und umgekehrt. Dieses ist in Abb. 4 (S. 27) dargestellt.

Schließlich wollen wir noch kurz die effektive Instantonwechselwirkung in supersymmetrischen Eichtheorien mit Eichgruppe $SU(n)$ betrachten. Supersymmetrische Instantonlösungen wurden in Ref. [114] diskutiert. Wegen der Existenz eines zusätzlichen masselosen Fermions, nämlich des Gauginos λ , erwarten wir, daß auch dieses an der effektiven Instantonwechselwirkung teilnimmt. Wir müssen also wiederum die Zahl der Null-Moden $M_\psi^\lambda = 0$ bestimmen. Zum einen erhält man n fermionische Null-Moden λ_{ss}° durch Supersymmetrie-Transformationen auf $G_{\mu\nu}^a$:

$$\lambda_{ss}^\circ = \frac{1}{2} G_{\mu\nu} G_{\mu\nu}^a \quad (\text{A.15})$$

Andererseits gibt es durch superkonforme Transformationen auf $G_{\mu\nu}^a$ n zusätzliche Null-Moden

$$\lambda_{sc}^\circ = \frac{1}{2} G_{\mu\nu} x^\mu \gamma_\nu G_{\mu\nu}^a \quad (\text{A.16})$$

Insgesamt erhalten wir also $2n$ Null-Moden, was genau dem Atiyah-Singer-Indextheorem entspricht, da $\ell_2(\text{adj}) = 2n$. Somit beinhaltet die effektive Instantonwechselwirkung neben den normalen Fermionen ψ und χ in der fundamentalen Darstellung auch $2n$ Gauginos λ , wie in Abb. 37 (S. 102) dargestellt ist.

Anhang B: KONDENSATIONSSKALEN UND ABSCHIRMFAKTOREN VON VERSCHIEDENEN
ECHOQUARKDARSTELLUNGEN

$\alpha_3(\mu_3)$	$\mu_6(\text{GeV})$	$f^2(6)$	$\mu_8(\text{GeV})$	$f^2(8)$	$\mu_{10}(\text{GeV})$	$f^2(10)$	$\mu_{15}(\text{GeV})$	$f^2(15)$		
0.40	29	1.85	17	2.19	2580	0.80	840	0.93		
0.35	47	1.61	25	1.93	7910	0.70	2.2×10^3	0.81		
0.30	89	1.38	42	1.66	3.5×10^4	0.59	7.9×10^3	0.70		
0.25	218	1.15	89	1.38	2.9×10^5	0.49	4.8×10^4	0.58		
0.20	839	0.93	273	1.11	6.6×10^6	0.40	7×10^5	0.46		
0.15	7910	0.70	1772	0.81	1.2×10^9	0.29	6.3×10^7	0.35		
0.10	7×10^5	0.46	7.5×10^4	0.51	44×10^{13}	0.20	5×10^{11}	0.23		
$\alpha_3(\mu_3)$	$\mu_{15}'(\text{GeV})$	$f^2(15')$	$\mu_{21}(\text{GeV})$	$f^2(21)$	$\mu_{24}(\text{GeV})$	$f^2(24)$	$\mu_{27}(\text{GeV})$	$f^2(27)$		
0.40	7×10^5	0.49	5.9×10^8	0.31	1.3×10^5	0.52	7.5×10^4	0.56		
0.35	4.8×10^6	0.40	1.1×10^{10}	0.27	7×10^5	0.46	3.7×10^5	0.48		
0.30	6.3×10^7	0.35	5×10^{11}	0.23	6.6×10^6	0.39	3.1×10^6	0.41		
0.25	2.3×10^9	0.28	1.1×10^{14}	0.20	1.5×10^8	0.33	6.3×10^7	0.35		
0.20	5.6×10^{11}	0.23	3.5×10^{17}	0.15	1.7×10^{10}	0.26	5.6×10^9	0.27		
0.15	3.9×10^{15}	0.17	2.5×10^{23}	0.12	4.4×10^{13}	0.20	9.9×10^{12}	0.21		
0.10	2.5×10^{23}	0.12	1.2×10^{35}	0.08	2.9×10^{20}	0.13	3.1×10^{19}	0.14		
$\alpha_3(\mu_3)$	$\mu_{35}(\text{GeV})$	$f^2(35)$	$\mu_{42}(\text{GeV})$	$f^2(42)$	$\mu_{48}(\text{GeV})$	$f^2(48)$	$\mu_{60}(\text{GeV})$	$f^2(60)$	$\mu_{64}(\text{GeV})$	$f^2(64)$
0.40	6.3×10^7	0.35	2×10^7	0.37	9.2×10^{10}	0.25	1.7×10^{10}	0.26	9.8×10^9	0.27
0.35	8.1×10^8	0.31	2.3×10^8	0.33	3.4×10^{12}	0.22	5×10^{11}	0.23	2.6×10^{11}	0.24
0.30	2.5×10^{10}	0.26	5.6×10^9	0.27	4.2×10^{14}	0.19	4.4×10^{13}	0.20	2.1×10^{13}	0.21
0.25	3×10^{12}	0.22	5×10^{11}	0.23	3.5×10^{17}	0.15	2.4×10^{16}	0.16	9.6×10^{15}	0.16
0.20	3.9×10^{15}	0.17	4.2×10^{14}	0.19	8.5×10^{21}	0.12	2.9×10^{20}	0.13	9.5×10^{19}	0.13
0.15	6.2×10^{20}	0.13	3.1×10^{19}	0.14	1.7×10^{29}	0.09	1.9×10^{27}	0.10	4.3×10^{26}	0.10
0.10	1.5×10^{31}	0.09	1.7×10^{29}	0.10	7.2×10^{43}	0.07	8.5×10^{40}	0.07	9.1×10^{39}	0.07

REFERENZEN

- [1] Für Quarkmassen siehe: J.Gasser und H.Leutwyler,
Phys.Rep. 87 C (1982) 77;
Für Leptonmassen siehe: Particle Data Group,
Review of Modern Physics 56 (1984)
- [2] G.Arnison et al, Phys.Lett. 147 B (1984) 493.
- [3] A.Salam, Proc. 8th NOBEL Symposium (1968) 367
(ed. N.Svartholm, Stockholm);
S.Weinberg, Phys.Rev.Lett. 19 (1967) 1264;
Für einen Überblick siehe: H.Fritzsch und P.Minkowski,
Phys.Rep. 73 (1981) 67.
- [4] H.Fritzsch und M.Gell-Mann, Proc. XVI Int.Conf. on High Energy
Physics, Chicago (1972);
H.Fritzsch, M.Gell-Mann und H.Leutwyler, Phys.Lett. 47 B (1973) 365;
Für einen Überblick siehe: W.Marciano und H.Pagels,
Phys.Rep. 36 C (1978) 137.
- [5] Für einen Überblick siehe: M.E.Peskin, "Chiral Symmetry and Chiral
Symmetry Breaking", Les Houches Lectures, SLAC-PUB-3021 (1982).
- [6] G.t'Hooft, Phys.Rev.Lett. 37 (1976) 8; Phys.Rev. D 14 (1976) 3432.
- [7] A.A.Belavin et al, Phys.Lett. 59 B (1975) 85.
- [8] Für einen Überblick siehe: E.Farhi und L.Susskind,
Phys.Rep. 74 (1981) 277.
- [9] L.Susskind, Phys.Rev. D 20 (1979) 2619.
- [10] S.Dimopoulos und L.Susskind, Nucl.Phys. B 155 (1979) 237;
E.Eichten und K.Lane, Phys.Lett. 90 B (1980) 125.
- [11] S.Dimopoulos und J.Ellis, Nucl.Phys. B 182 (1981) 505.
- [12] W.J.Marciano, Phys.Rev. D 21 (1980) 2425.
- [13] J.Kogut et al, Phys.Rev.Lett. 48 (1982) 1140;
J.Kogut et al, Nucl.Phys. B 225 (1983) 326;
J.Kogut, J.Shigemitsu und D.K.Sinclair, Phys.Lett. 138 B (1984) 283;
J.Kogut, J.Shigemitsu und D.K.Sinclair, Phys.Lett. 145 B (1984) 239.
- [14] Für einen Überblick siehe: H.Harari, Proceedings of the Canadian
Physics, Banff, Alberta (1981);
M.E.Peskin, Intern. Symposium on Lepton and Photon Interactions,
ed. W.Pfeil, Bonn (1981).

- [15] G.Arnison et al, Phys.Lett. 126 B (1983) 398;
P.Bagnaia et al, Phys.Lett. 129 B (1983) 130;
G.Arnison et al, Phys.Lett. 135 B (1984) 250;
P.Bagnaia et al, Phys.Lett. 139 B (1984) 102;
G.Arnison et al, Phys.Lett. 139 B (1984) 115.
- [16] U.Baur, H.Fritzsche und H.Faissner, Phys.Lett. 135 B (1984) 313;
R.D.Peccei, Phys.Lett. 136 B (1984) 121;
D.Düsedau, D.Lüst und D.Zeppenfeld, Phys.Lett. 145 B (1984) 292;
N.Cabibbo, L.Maiani und Y.Srivastava, Phys.Lett. 139 B (1984) 459;
H.Georgi und S.L.Glashow, Phys.Lett. 143 B (1984) 155;
W.Marciano, Phys.Rev.Lett. 53 (1984) 975;
D.Düsedau, D.Lüst und D.Zeppenfeld, Phys.Lett. 148 B (1984) 234;
H.Fritzsche und G.Mandelbaum, Phys.Lett. 150 B(1985) 395;
U.Baur und K.H.Streng, "Phenomenology of Composite Colored Weak Bosons"
Munich Preprint MPI-PAE/PTh 50/84 (1984);
B.Schrempp und F.Schrempp, DESY Preprint 84-055 (1984).
- [17] G.t'Hooft, in: Recent Development in Gauge Theories, Cargese Summer
School, ed. G.t'Hooft (Plenum Press) p.135 (1980).
- [18] W.Buchmüller, R.D.Peccei und T.Yanagida, Phys.Lett. 124 B (1983) 67.
- [19] W.A.Bardeen und V.Visnjic, Nucl.Phys. B 194 (1982) 422.
- [20] P.W.Higgs, Phys.Rev.Lett. 12 (1964) 132; Phys.Rev.Lett. 13 (1964) 508;
T.W.Kibble, Phys.Rev. 155 (1964) 1554.
- [21] G.Arnison et al, Phys.Lett. 122 B (1983) 103;
M.Banner et al, Phys.Lett. 122 B (1983) 467;
G.Arnison et al, Phys.Lett. 126 B (1983) 398;
P.Bagnaia et al, Phys.Lett. 129 B (1983) 130.
- [22] J.Gasser und H.Leutwyler in [1].
- [23] M.Kobayashi und T.Maskawa, Prog.Theor.Phys. 49 (1973) 652.
- [24] Für einen Überblick siehe: A.Buras, "CP Violation in the Standard
Model" MPI-PAE-PTh 46/84, erscheint in Proceedings von:Workshop on the
Future of Medium Energy Physics in Europe, Freiburg (1984)
- [25] D.Gross und F.Wilczek, Phys.Rev.Lett. 30 (1973) 1343;
H.P.Politzer, Phys.Rev.Lett. 30 (1973) 1346.
- [26] Y.Nambu, Phys.Rev.Lett. 4 (1960) 380;
J.Goldstone, Nuovo Cimento 19 (1961) 15.
- [27] S.Weinberg, Phys.Rev. D 11 (1975) 3583.
- [28] M.Gell-Mann und M.Levy, Nuovo Cimento 16 (1960) 705.

- [29] S.Weinberg, Phys.Rev.Lett. 18 (1967) 188; Phys.Rev. 166 (1968) 1568.
- [30] T.D.Lee, S.Weinberg und B.Zumino, Phys.Rev.Lett. 18 (1967) 1029.
- [31] M.Gell-Mann und F.Zachariasen, Phys.Rev. 124 (1961) 953.
- [32] Riazuddin und Fayyazuddin, Phys.Rev. 147 (1966) 1071;
K.Kawarabashi und M.Suzuki, Phys.Rev.Lett. 16 (1966) 225.
- [33] R.F.Dashen, Phys.Rev. 183 (1969); *ibid.* D 3 (1971) 1879.
- [34] T.Das, G.S.Guralnik, V.S.Mathur und J.E.Young,
Phys.Rev.Lett. 18 (1967) 759.
- [35] B.W.Lee und H.T.Nieh, Phys.Rev. 166 (1968) 1507.
- [36] S.L.Adler, Phys.Rev. 117 (1969) 2426;
J.S.Bell und R.Jackiw, Nuovo Cimento 60 A (1969) 47.
- [37] E.Witten, Nucl.Phys. B 160 (1979) 57.
- [38] P. Di Vecchia und G.Veneziano, Nucl.Phys. B 171 (1980) 253;
C.Rosenzweig, J.Schechter und G.Trahern, Phys.Rev. D 21 (1980) 3388;
P.Nath und A.Arnouitt, Phys.Rev. D 23 (1981) 473.
- [39] Y.Nambu und G.Jona-Lasinio, Phys.Rev. 122 (1961) 345.
- [40] Y.M.Cornwall, R.Yackiw und E.Tomboulis, Phys.Rev. D 10 (1974) 2428;
T.Banks und S.Raby, Phys.Rev. D 14 (1976) 2182.
- [41] M.E.Peskin in [5];
R.Casalbuoni, S. de Curtis, D.Dominici und R.Gatto.
Phys.Lett. 140 B (1984) 357.
- [42] D.G.Caldi, Phys.Rev.Lett. 39 (1977) 121;
C.G.Callan, R.Dashen und D.J.Gross, Phys.Rev. D 17 (1978) 2717;
R.D.Carlitz, Phys.Rev. D 17 (1978) 3225;
R.D.Carlitz und D.B.Creamer, Ann. of Phys. 118 (1979) 429;
C.E.I.Carneiro und N.A.McDougall, Nucl.Phys. B 245 (1984) 293.
- [43] D.G.Caldi in [42].
- [44] R.D.Carlitz und D.B.Creamer in [42];
C.E.I.Carneiro und N.A.McDougall in [42].
- [45] R.Carlitz, Nucl.Phys. B 236 (1984) 423;
N.A.McDougall, Phys.Lett. 144 B (1984) 105.
- [46] W.J.Marciano in [12];
K.Konishi und R.Tripiccion, Phys.Lett.121B(1983) 403;132 B (1983)347;
G.Zoupanos , Phys.Lett. 129 B (1983) 315;
P.Q.Hung, "Dynamical Generation of Fermion Masses", Fermilab Preprint
80/78-THY (1980) unpublished;
D.Lüst, E.Papantonopoulos und G.Zoupanos, Z.Phys. C 25 (1984) 81.

- [47] M.Floratos, E.Papantonopoulos und G.Zoupanos, "The Casimir Effect as a Source of Chiral Symmetry Breaking in QCD", CERN Prepr.TH.4020/84(1984).
- [48] A.R.White, "Quark Condensate, Higgs Scalars and Chiral Limit of QCD", Argonne Preprint ANL-HEP-PR-84-31 (1984).
- [49] I.Bars, "Can the Preon Scale be Small?", Preprint USC 84/033 (1984).
- [50] U.Baur und K.H.Streng in [16].
- [51] D.Lüst, E.Papantonopoulos und G.Zoupanos in [46].
- [52] C.E.I.Carneiro und N.A.McDougall in [42].
- [53] J.Kogut et al, Phys.Rev.Lett. 48 (1982) 1140;
J.Kogut et al, Nucl.Phys. B 225 (1983) 326.
- [54] J.Kogut et al, Nucl.Phys. B 225 (1983) 326.
- [55] Z.M.Xi, Nucl.Phys. B 245 (1984) 517.
- [56] J.Kogut, J.Shigemitsu und D.K.Sinclair, Phys.Lett. 138 B (1984) 283.
- [57] J.Kogut, J.Shigemitsu und D.K.Sinclair, Phys.Lett. 145 B (1984) 239.
- [58] H.Fritzsch und G.Mandelbaum, Phys.Lett. 102 B (1981) 319.
- [59] D.Düsedau, D.Lüst und D.Zeppenfeld, Phys.Lett. 145 B (1984) 292;
B.Schrempp und F.Schrempp in [16].
- [60] H.Georgi und S.L.Glashow, Phys.Rev.Lett. 32 (1974) 438;
H.Georgi, H.R.Quinn und S.Weinberg, Phys.Rev.Lett. 33 (1974) 451.
- [61] P.Q.Hung in [46].
- [62] G.Zoupanos in [46].
- [63] G.Zoupanos, "Dynamical Symmetry Breaking with Hypercolor and High Color Representations", CERN Preprint Th. 3916/84 (1984).
- [64] P.Forgacs und G.Zoupanos, Phys.Lett. 148 B (1984) 99.
- [65] D.Lüst, E.Papantonopoulos und G.Zoupanos, "High Color and Mass Hierarchies", CERN Preprint 4092/85 (1985).
- [66] L.Abbot und E.Farhi, Phys.Lett. 101 B (1981) 69;
Nucl.Phys. B 189 (1982) 547;
H.Fritzsch und G.Mandelbaum in [58];
H.Fritzsch und G.Mandelbaum, Phys.Lett. 109 B (1982) 224;
P.Hung und J.J.Sakurai, Nucl.Phys. B 143 (1978) 81;
J.D.Bjorken, Phys.Rev. D 19 (1979) 335;
H.Fritzsch, R.Kögerler und D.Schildknecht, Phys.Lett. 114 B (1982) 157.
- [67] J.G.Branson, Proceedings of the 1981 Internat. Sympos. on Lepton and Photon Interaction, Bonn(1981);
S.J.Brodsky und S.D.Drell, Phys.Rev. D.22 (1980) 2236;
G.L.Shaw, D.Silverman und R.Slansky, Phys.Lett. 94 B (1980) 343;
E.Eichten, K.Lane und M.Peskin, Phys.Rev.Lett. 50 (1983) 811;
O.W.Greenberg, R.N.Mohapatra und S.Nussinov, Phys.Lett. 148 B(1984) 465.

- [68] K.M.Case und S.Gasiorowicz, Phys.Rev. 125 (1962) 1055.
- [69] S.Weinberg und E.Witten, Phys.Lett. 96 B (1980) 59.
- [70] Y.Frishman, A.Schwimmer, T.Banks und S.Yankielowicz,
Nucl.Phys. B 177 (1981) 157;
S.Coleman und B.Grossman, Nucl.Phys. B 203 (1982) 205.
- [71] C.H.Albright, B.Schrempp und F.Schrempp, Phys.Lett. 108 B (1982) 291.
- [72] C.H.Albright, Phys.Rev. D 24 (1981) 1969.
- [73] S.Weinberg, Phys.Lett. 102 B (1981) 401.
- [74] S.Dimopoulos, S.Raby und L.Susskind, Nucl.Phys. B 173 (1980) 208;
H.P.Nilles und S.Raby, Nucl.Phys. B 189 (1981) 93.
- [75] E.Eichten und F.Feinberg, Phys.Lett. 110 B (1982) 232;
E.Eichten, K.Kang und I.O.Koh, Fermilab Preprint Pub 81/83-THY (1981).
- [76] S.Dimopoulos, S.Raby und L.Susskind in [74].
- [77] L.Abbot und E.Farhi in [66];
O.W.Greenberg und J.Sucher, Phys.Lett. 99 B (1981) 339;
H.Fritzsch und G.Mandelbaum in [58];
R.Barbieri, A.Masiero und R.N.Mohapatra, Phys.Lett. 105 B (1981) 369.
B.Schrempp und F.Schrempp, Nucl.Phys. B 231 (1984) 109;
Nucl.Phys. B 242 (1984) 203.
- [78] C.Vafa und E.Witten, Nucl.Phys. B 234 (1984) 173.
- [79] S.Coleman und E.Witten, Phys.Rev.Lett. 45 (1980) 100.
- [80] E.Eichten, Seminarvortrag an der Universität München, Mai 1984.
- [81] J.Schwinger, Ann.Phys. 2 (1958) 407.
- [82] S.Dimopoulos, S.Raby und L.Susskind in [74];
H.P.Nilles und S.Raby in [74];
S.Weinberg in [73];
D.Lüst, Nucl.Phys. B 239 (1984) 508.
- [83] D.Lüst in [82].
- [84] H.Fritzsch, "Electromagnetism as the Origin of Lepton and Quark Masses"
MPI Preprint MPI-PAE/PTH 25/83 (1983).
- [85] U.Baur und H.Fritzsch, Phys.Lett. 134 B (1984) 105.
- [86] F.M.Renard, Phys.Lett. 116 B (1982) 264.
- [87] W.Buchmüller, S.T.Love, R.D.Peccei und T.Yanagida,
Phys.Lett. 115 B (1982) 233.
- [88] R.Barbieri, A.Masiero und G.Veneziano, Phys.Lett. 128 B (1983) 179.
- [89] siehe z.B. J.Wess und J.Bagger, "Supersymmetry and Supergravity",
Princeton Univ. Press, Princeton 1983.
- [90] W.Buchmüller, R.D.Peccei und T.Yanagida, Nucl.Phys. B 227 (1983) 503.

- [91] C.L.Ong, Phys.Rev. D 27 (1983) 911, 3044.
- [92] W.Lerche und D.Lüst, Nucl.Phys. B 244 (1984) 157.
- [93] S.Weinberg, Phys.Rev.Lett. 29 (1972) 1698.
- [94] J.Wess und B.Zumino, Phys.Lett. 49 B (1974) 52;
J.Iliopoulos und B.Zumino, Nucl.Phys. B 76 (1974) 310;
S.Ferrara, J.Iliopoulos und B.Zumino, Nucl.Phys. B 77 (1974) 413.
- [95] B.Ovrut und J.Wess, Phys.Rev. D 25 (1982) 409.
- [96] W.Buchmüller, R.D.Peccei und T.Yanagida in [90];
W.Lerche, Nucl.Phys. B 238 (1984) 582;
T.Kugo, I.Ojima und T.Yanagida, Phys.Lett. 135 B (1984) 402.
- [97] M.E.Peskin, "An Effective Lagrangian for Supersymmetry in QCD",
SLAC Preprint PUB-3061 (1983);
I.R.Taylor, G.Veneziano und S.Yankielowicz,
Nucl.Phys. B 218 (1983) 493;
G.Veneziano, Phys.Lett. 124 B (1983) 357;
A.C.Davis, M.Dine und N.Seiberg, Phys.Lett. 125 B (1983) 487;
I.Affleck, M.Dine und N.Seiberg, Phys.Rev.Lett. 51 (1983) 1026;
Nucl.Phys. B 241 (1984) 493;
H.P.Nilles, Phys.Lett. 129 B (1983) 103;
J.M.Gerard und H.P.Nilles, Phys.Lett. 129 B (1983) 243;
G.C.Rossi und G.Veneziano, Phys.Lett. 138 B (1984) 195.
- [98] J.Preskill und S.Weinberg, Phys.Rev. D 24 (1981) 1059.
- [99] W.Lerche, R.D.Peccei und V.Visnjic, Phys.Lett. 140 B (1984) 363;
I.Clark und S.T.Love, Phys.Lett. 143 B (1984) 445.
- [100] G.Shore, Nucl.Phys. B 245 (1984) 399.
- [101] G.Veneziano, Phys.Lett. 128 B (1983) 199;
G.Shore, Nucl.Phys. B 231 (1984) 139;
I.Clark und S.Love, Nucl.Phys. B 232 (1984) 306;
W.Lerche, Nucl.Phys. B 246 (1984) 475.
- [102] L.Giradello und M.T.Grisaru, Nucl.Phys. B 194 (1982) 65;
R.Barbieri, S.Ferrara und C.Savoy, Phys.Lett. 119 B (1982) 343.
- [103] I.Clark und S.Love in [101].
W.Lerche in [101].
- [104] W.Lerche, Phys.Lett. 149 B (1984) 361.
- [105] W.Lerche, D.Lüst und H.Steger, Phys.Lett. 153 B (1985) 261.

- [106] K.Konishi, "Dynamical Supersymmetry Breaking and Effective Lagrangian in an SU(5) Model", Pisa Preprint, FUP TH-84 (1984);
E.Guardaglini und K.Konishi, "Effective Gauge Symmetry in Supersymmetric Confining Theories", Pisa Preprint (1984).
- [107] W.Lerche in [96].
- [108] J.Helayel-Neto, Phys.Lett. 135 B (1984) 78.
- [109] W.Buchmüller, R.D.Peccei und T.Yanagida, Nucl.Phys. B 231 (1984) 53.
- [110] O.W.Greenberg, R.N.Mohapatra und M.Yasue,
Phys.Rev.Lett. 51 (1983) 1737.
- [111] T.Kugo und T.Yanagida, Phys.Lett. 134 B (1984) 313.
- [112] D.Lüst, E.Papantonopoulos, K.H.Streng und G.Zoupanos, "Phenomenology of High Colour Fermions", MPI Preprint MPI-PAE/PTh 35/85 (1985).
- [113] M.Atiyah und I.Singer, Ann.Math. 87 (1968) 484.
- [114] V.A.Novikov et al, Nucl.Phys. B 223 (1983) 445; B 229 (1983) 394,407;
G.C.Rossi und G.Veneziano in [97];
D.Amati, G.C.Rossi und G.Veneziano, Nucl.Phys. B 249 (1985) 1.

LEBENS LAUF

Ich, Dieter Heyen Lüst, wurde am 21. September 1956 als Sohn des Physikers Dr. Reimar Lüst und der Physikerin Dr. Rhea Lüst in Chicago, USA, geboren.

Im September 1963 trat ich in München in die Volksschule ein. Ab September 1967 besuchte ich das Maximilians-Gymnasium in München, an dem ich im Juni 1976 das Abitur ablegte.

Im November 1976 begann ich an der Technischen Universität München mit dem Physikstudium, welches ich mit dem Diplomabschluß im Juli 1982 beendete. Die Diplomarbeit mit dem Titel "Theoretische Untersuchungen über Neutron-Antineutron Oszillationen" wurde am Lehrstuhl von Professor Dr. H. Fritzsche der Ludwig-Maximilians-Universität München angefertigt.

Seit September 1982 bin ich Doktorand bei Herrn Professor Dr. H. Fritzsche an der Universität München.

